

行列の型と和・差・スカラー倍・積|1章 行列の概念

樋口さぶろお <https://hig3.net>

龍谷大学 先端理工学部 数理・情報科学課程

線形代数☆演習 I L10(2024-05-15 Wed)

最終更新: Time-stamp: "2024-05-11 Sat 10:00 JST hig"

今日の目標

- 行列の型と成分と行ベクトル列ベクトルを読み取れる
- 一般の型の行列の和とスカラー倍を計算できる
- 一般の型の行列の積を計算できる



L09-Q1

Quiz 解答: 回転移動の 1 次変換の行列

①

$$\boldsymbol{x}' = \begin{bmatrix} \cos \frac{2}{3}\pi & -\sin \frac{2}{3}\pi \\ \sin \frac{2}{3}\pi & +\cos \frac{2}{3}\pi \end{bmatrix} \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 - \sqrt{3} \\ 3\sqrt{3} - 1 \end{bmatrix}.$$

②

$$\boldsymbol{x}'' = \begin{bmatrix} \cos \frac{1}{3}\pi & -\sin \frac{1}{3}\pi \\ \sin \frac{1}{3}\pi & +\cos \frac{1}{3}\pi \end{bmatrix} \boldsymbol{x}' = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ +\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 - \sqrt{3} \\ 3\sqrt{3} - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

行列の積を先に計算してもよい。 $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = R_\pi$ になる。

当然そうなるべきだが、一般に、 $R_\theta R_\phi = R_{\theta+\phi}$ が、三角関数の加法定理から示せる。

L09-Q2

Quiz 解答: 逆変換

- ① 全単射になっている. $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f^{-1} : x \mapsto \frac{1}{3}x$.
- ② g は全射でも単射でもないので, g^{-1} は存在しない.
- ③ h は全射ではない (単射ではある) ので, h^{-1} は存在しない ($\log x$ の定義域は \mathbb{R} 全体ではない).

L09-Q3

Quiz 解答: 逆行列

逆行列 A^{-1} の定義から $B = A^{-1}$.

(または, 逆行列 A^{-1} があるとするれば, 両辺の右から A^{-1} をかけて, $BAA^{-1} = EA^{-1}$ すなわち $B = A^{-1}$)

2 次の逆行列の公式から, $A^{-1} = \frac{1}{1 \cdot 3 - 2 \cdot 4} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & +\frac{2}{5} \\ +\frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$.

または, B の成分を未知数として 4 元連立 1 次方程式を解いても求められる.