ランダムウォークと確率変数

樋口さぶろお

龍谷大学理工学部数理情報学科

計算科学☆実習 B　L01(2020-04-07 Tue)

最終更新: Time-stamp: "2020-05-09 Sat 13:57 JST hig"

今日の目標

- この科目ののりを説明できる
- ランダムウォークとは何か説明できる
- 離散型, 連続型確率変数の計算ができる 確率統計☆演習 I(2019)L05 確率統計☆演習 I(2019)L07

ここまで来たよ

1. はじめに
   - この授業どんなのり/取る価値ある?
2. ランダムウォークと確率変数
   - ランダムウォーク
   - 確率変数

科目の目標

もう少し正確にはシラバスを見てね.

- 確率過程 = 確率 + 時間変化
- 現象の確率モデル 分野 P
  - 学期末のプロジェクトの例: この宝くじ 1000 枚買って, 収支が+1 万円以上になる確率は? 台風の多い年, 夏の終わりまでに琵琶湖で水害が起きる確率は? このすごろく, 勝負つくまでの手数の母期待値は?
- 確率シミュレーション = 確率 + プログラミング. 3 年前期も C 続けよう. モンテカルロ法
- データサイエンス のツール R, RStudio

計算科学及び実習 A とは独立です.

教科書 理工系の数理 確率・統計 確率統計☆演習 I(2019)L00 と同じ. 岩薩林 確率・統計 で言及.

担当者ののり

- なまえ: 樋口さぶろお
- Teams Chat `https://teams.microsoft.com/l/chat/0/0?users=a00010@mail.ryukoku.ac.jp`
- `hig@math.ryukoku.ac.jp`
- へや: 1-507
- オフィスアワー: 火昼火 5 Teams チーム **理工 数理 樋口**内チャネルで.
- Web ページ: `http://hig3.net`

LMS この授業の連絡はすべて Note Math Moodle `https://note.math.ryukoku.ac.jp` と Teams の **科目 計算科学及び実習 B 樋口三郎** で.

毎回の講時初めに Moodle 見て

オンライン授業の方針 (いまのところ)

水 (講義的) 説明資料や動画や課題を公開. 火までに簡単な課題を提出 (確率統計の予習復習問題的なもの). できれば課題のプログラミングを始めておく. 時間拘束なし.

火 (実習的) プログラミングの課題の相談のリアルタイムチャットによる相談の時間. このもうちょっと後に, プログラミング課題の締切. 時間拘束ある回あり.

プログラミング環境自宅の何らかの PC/Mac とネット環境は必要

自宅の Win/Mac に開発環境をインストールする, Web ブラウザだけで動く環境を使う, の選択制. 丁寧に説明します去年と違う··· むしろそこを楽しんで.

→ アンケート.

ここまで来たよ

- はじめに
  - この授業どんなのり/取る価値ある?

1. ランダムウォークと確率変数
   - ランダムウォーク
   - 確率変数

数列

数列 $\{X(t)\}$, 階差数列 $\{R(t)\}$.

$$\text{漸化式 } X(t) = X(t-1) + R(t) \quad (t = 1, 2, \ldots), \quad \text{初項 } X(0) = a.$$

ランダムウォーク (確率過程の例)

$X(t)$ がランダムウォークの座標

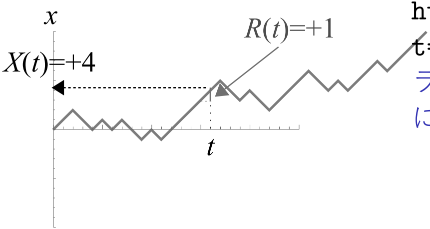
$\Leftrightarrow$ 階差数列 $R(t)$ が独立同分布にしたがう

現象の数理 A

https://youtu.be/tN3-3fLlrU4?t=210

ランダムウォークってどんなところに出てくる?

- 株価変動
- ブラウン運動
- ゲーム



問 $X(100)$ の母平均値, 母分散は?

ここまで来たよ

連続型確率変数の復習

確率統計☆演習 I(2019)L07 岩薩林 確率・統計 §4.1

X: 連続型確率変数の確率分布は, 確率密度関数 $f(x) \geq 0$ で指定される.

確率密度関数から事象の確率を求める

$$
\begin{aligned}
P(\text{事象}) &= P(\text{条件}) = \mathrm{E}[\mathrm{I}_{[\text{条件}]}(X)] \\
P(a \leq X < b) &= \mathrm{E}[\mathrm{I}_{[a \leq X < b]}(X)] \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \mathrm{I}_{[a \leq X < b]}(x)\, \mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\, \mathrm{d}x
\end{aligned}
$$

連続一様分布 $\mathrm{U}(0,1)$

岩薩林 確率・統計 p.78 確率統計☆演習 I(2018)L08

確率密度関数 $f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x < 1) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$.

L01-Q1

Quiz(連続的な確率変数の母平均値・母分散・母標準偏差・確率 (一様分布))

連続型確率変数 X は次の確率密度関数 $f(x)$ に従う.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & (\frac{5}{2} \leq x < 3) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

1. 母期待値 $\mathrm{E}[\cos(\pi X)]$ を求めよう.
2. 確率 $P(\frac{22}{8} < X < \frac{23}{8})$ を求めよう.

L01-Q2

Quiz(連続的な確率変数)

連続型確率変数 Y は $[0,1)$ 連続一様分布 $\mathrm{U}(0,1)$ にしたがう．すなわち，確率密度関数 $f(y)$ は下の通りである．

$$f(y) = \begin{cases} 1 & (0 \leq y < 1) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

$[0,1)$ を定義域，$\{7,9\}$ を値域とする関数 $g(y)$ で，$X = g(Y)$ により離散型確率変数 X を定める．

$$g(y) = \begin{cases} 7 & (0 \leq y < \frac{1}{4}) \\ 9 & (\frac{1}{4} \leq y < 1) \end{cases}$$

1. 確率 $P(X = 7)$ を求めよう．
2. 確率 $P(X = 9)$ を求めよう．