

# ランダムウォークと離散型擬似乱数

樋口さぶろお

龍谷大学理工学部数理情報学科

計算科学☆実習 B L01(2021-04-08 Thu)

最終更新: Time-stamp: "2021-06-28 Mon 16:27 JST hig"

## 今日の目標

- この科目ののりを説明できる
- ランダムウォークとは何か説明できる
- 離散型確率変数 [確率統計☆演習 I\(2020\)L06](#) に対応する擬似乱数列を生成するプログラムを書ける



## ここまで来たよ

- **はじめに**
  - この授業どんなのり/取る価値ある?
  
- ① **ランダムウォークと離散型擬似乱数**
  - ランダムウォーク
  - 確率変数
  - 擬似乱数列
  - 離散型確率分布にしたがう擬似乱数

## 科目の目標

もう少し正確にはシラバスを見てね.

- **確率過程** = 確率 + 時間変化
- **現象の確率モデル** 分野 P
  - ▶ 学期末のプロジェクトの例: この宝くじ 1000 枚買って, 収支が+1 万円以上になる確率は? 台風の多い年, 夏の終わりまでに琵琶湖で水害が起きる確率は? このすごろく, 勝負つくまでの手数の母期待値は?
- **確率シミュレーション** = 確率 + プログラミング. 3 年前期も C 続けよう. **モンテカルロ法**
- **データサイエンス** のツール R, RStudio

計算科学及び実習 A とは中身ものりも別です. 確率統計☆演習 I の続きです.

## どんな人のための科目?

### 計算科学☆実習 B を履修した方がいい人

- 確率過程 (=時間に依存する確率的現象) を知りたい人
- 微分方程式 (決定論的モデル) が見ていない, 残り半分の世界を確率論的モデルで見たい人
- モデル駆動の研究が見ていない, データ駆動の研究の世界を見たい人
- 偶然性のあるゲームを仕組みからわかって作りたい人
- 確率を, プログラム作成の中で実感したい人
- ランダムアルゴリズムが使えるようになりたい人
- コンピュータでデータの解析ができるようになりたい人

### 計算科学☆実習 B を履修しない方がいい人

- (単位をとっているかどうかに関わらず) 確率統計☆演習 I, 数値計算法及び実習がぜんぜんわかってない感がある人, この機会にわかろうという決意のない人

## 科目ののり (2021)

難しくありませんが、注文が多くめんどくさい科目です…

**成績計算** 科目の成績 100 ピーナッツは

- 25 ピーナッツ:平常点. 毎回授業での quiz, 授業時間外の予習復習.
  - ▶ だいたい 10 講義の Quiz ほか
  - ▶ だいたい 15 実習時間内の課題提出 TA の現場チェックでなく教員の提出プログラムチェック. TA は間違いの発見に努めますが, 「それで OK」とは言いません.
- 40 ピーナッツ:プチテスト群
  - ▶ 20 紙のプチテスト
  - ▶ 20=5+15 プログラミング実技の非参照非相談プチテスト
- 15 ピーナッツ:プロジェクトとプレゼンテーション (2回 5+10)
- 20 ピーナッツ:紙のファイナルトライアル (外部記憶あり). 参加必須.
- その他追加ピーナッツ. その時に説明.

ファイナルトライアル時点で 40 点未満の方も, (平均点を上げるために) 本試験に参加をおすすめしますが, 追試験は実施しません.

教科書 理工系の数理 確率・統計

確率統計☆演習 I(2020)L00

と同じ.

岩薩林 確率・統計

で言及.

担当者ののり

- なまえ: 樋口さぶろお
- Teams Chat a00010
- hig@math.ryukoku.ac.jp
- へや: 1-507
- オフィスアワー: 木 5(この後), , Teams chat もどうぞ.
  - ▶ 他の相談先: Math ラウンジ (1号館 5階, 昼休みは大学院生常駐), Math ラウンジ ch on Teams
- Web ページ: <https://hig3.net>

LMS この授業の連絡はすべて [hig3Moodle https://moodle.hig3.net](https://moodle.hig3.net) と Teams の **科目 計算科学及び実習 B 樋口** で.

## 実習ののりと週間タイムライン (2021) 木 4 月 3

### 実習ののり

- 実習時間内の課題提出 TA の現場チェックでなく、プログラム提出後の教員によるチェック. TA は間違いの発見に努めますが、「それで OK」とは言いません.
- 個人課題 (最初のころ) とチーム課題があります

実習室でやるときイヤフォン必須. 講義実習でのノート PC 持参推奨.

- ① 木 4 講義的, Quiz(相談参照あり)
- ② このころ実習の課題公開
- ③ 土 20:00(?) 先週の実習課題の一部の提出締切
- ④ 月 15:15 予習復習問題 (e ラーニング) の一部の解答締切. 何度でも. 最高点.
- ⑤ 月 3 実習的 (1-609),
- ⑥ 月 23:59 今週の課題の一部の提出締切

## ここまで来たよ

### ● はじめに

- この授業どんなのり/取る価値ある?

### 1 ランダムウォークと離散型擬似乱数

- ランダムウォーク
- 確率変数
- 擬似乱数列
- 離散型確率分布にしたがう擬似乱数



# ふつうの数列とランダムウォーク (確率過程の例)

数列  $\{X(t)\}$ , 階差数列  $\{R(t)\}$ .

$$\text{漸化式 } X(t) = X(t-1) + R(t) \quad (t = 1, 2, \dots), \quad \text{初項 } X(0) = a.$$

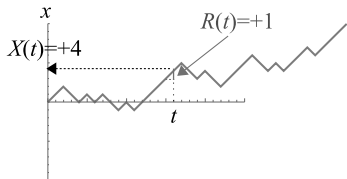
## ランダムウォーク (確率過程の例)

確率変数  $X(t)$  がランダムウォークの座標 (数列  $\{X(t)\}$ ), 確率変数  $R(t)$  が独立同分布にしたがう (階差数列  $\{R(t)\}$ )

現象の数理 A

$$\text{漸化式 } X(t) = X(t-1) + R(t) \quad (t = 1, 2, \dots), \quad \text{初項 } X(0) = a.$$

<https://youtu.be/yGNIzkQzp7g>



例.

$R(t)$	確率
+1	$p$
-1	$q (= 1 - p)$

岩藤林 確率・統計ベルヌーイ分布,  $n = 1$  二項分布 (p.66)

どうやってコンピュータで?

## ここまで来たよ

### ● はじめに

- この授業どんなのり/取る価値ある?

### 1 ● ランダムウォークと離散型擬似乱数

- ランダムウォーク
- **確率変数**
- 擬似乱数列
- 離散型確率分布にしたがう擬似乱数

## 連続型確率変数の復習

確率統計☆演習 I(2019)L07

岩薩林 確率・統計 §4.1

$X$ : 連続型確率変数の確率分布は、確率密度関数  $f(x) \geq 0$  で指定される。

## 確率密度関数から事象の確率を求める

$$P(\text{事象}) = P(\text{条件}) = E[I_{[\text{条件}]}(X)]$$

$$P(a \leq X < b) = E[I_{[a \leq X < b]}(X)]$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) I_{[a \leq X < b]}(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

面積

連続一様分布  $U(0, 1)$ 

岩薩林 確率・統計 p.78

確率統計☆演習 I(2018)L08

$$\text{確率密度関数 } f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x < 1) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}.$$

## L01-Q1

Quiz(連続的な確率変数の母平均値・母分散・母標準偏差・確率(一様分布))

連続型確率変数  $X$  は次の確率密度関数  $f(x)$  に従う.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & (\frac{5}{2} \leq x < 3) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

- ① 母期待値  $E[\cos(\pi X)]$  を求めよう.
- ② 確率  $P(\frac{22}{8} < X < \frac{23}{8})$  を求めよう.

## ここまで来たよ

### ● はじめに

- この授業どんなのり/取る価値ある?

### 1 ランダムウォークと離散型擬似乱数

- ランダムウォーク
- 確率変数
- 擬似乱数列
- 離散型確率分布にしたがう擬似乱数

## 離散型確率分布にしたがう擬似乱数列の生成

### モンテカルロ法

確率的/決定的な量を計算するのに、確率変数の標本抽出を実際にコンピュータで **(擬似) 乱数** ((pseudo) random number) を使って行う方法

だからモンテカルロ法には擬似乱数列が必要.

### (擬似) 乱数列

$R(1), R(2), R(3), R(4), \dots$  独立同分布にしたがう確率変数としたとき、サイコロ (やコンピュータや乱数表) を使って作る, そのサンプル (標本).

擬似乱数列を C 言語で生成しよう.

確率統計☆演習 I(2019)L05

岩薩林 確率・統計 §3.1

確率統計☆演習 I(2019)L07

## C 言語での乱数の使い方

学習用で '低品質'. ゲームくらいならいいけど, 正確な科学技術計算に使う方法はまた後で Linux, macOS では高品質な `drand48()` や `mt=メルセンヌツイスター`

`include <stdlib.h>` すると使えるライブラリ関数

```
1 int rand(); /* 0以上 RAND_MAX以下の整数を  
2             同確率  $1/(1+RAND\_MAX)$  で返す関数 */  
3 void srand(unsigned seed); /* その初期化. まて次回以降.  */
```

`RAND_MAX` は `M_PI` みたいな定数. 値はコンパイラ依存. 例  $2^{31} - 1$ .

# 一様離散分布 $0,1,\dots,RAND\_MAX$ にしたがう擬似乱数列

## ソースコード 1: 擬似乱数

```
1  /*
2  rand0.c — 0,1,2,, RANDMAX の離散一様分布
3  Time-stamp: "2020-04-08 Wed 07:48 JST hig"
4  */
5  #define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS // Visual C++用おまじない
6  #include <stdio.h>
7  #include <stdlib.h> /* srand(), rand() を使うのに必要 */
8
9
10 int main(){
11     int seed; /* 擬似乱数のシード */
12     int r;
13     int n;
14     int nmax=10;
15
16     scanf("%d",&seed);
17     srand(seed); /* シードの設定 */
18     for(n=0;n<nmax;n++){
19         r=rand();
20         printf("%d\n",r);
21     }
22     return 0;
23 }
```



# 連続一様分布 $U(0, 1)$ にしたがう擬似乱数列

## ソースコード 2: 擬似乱数

```
1  /*
2  randa.c — [0,1)一様乱数を返す関数
3  Time-stamp: "2020-04-08 Wed 10:04 JST hig"
4  */
5  #define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS // Visual C++用おまじない
6  #include <stdio.h>
7  #include <stdlib.h> /* srand(), rand() を使うのに必要 */
8
9  /* 関数プロトタイプ宣言 */
10 double getuniform();
11
12 int main(){
13     int seed; /* 擬似乱数のシード */
14     int n; /* カウンタ 標本内通し番号*/
15     int nmax=10; /* 擬似乱数を得る回数=サンプルサイズN */
16     double r;
17
18     scanf("%d",&seed);
19     srand(seed); /* シードの設定 */
20     for(n=0;n<nmax;n++){
21         r=getuniform();
22         printf("%f\n",r);
23     }
24     return 0;
25 }
26
27 /** [0,1) 一様擬似乱数を返す */
28 double getuniform(){
29     return rand()/(RAND_MAX+1.0);
30 }
```

## ここまで来たよ

### ● はじめに

- この授業どんなのり/取る価値ある?

### 1 ● ランダムウォークと離散型擬似乱数

- ランダムウォーク
- 確率変数
- 擬似乱数列
- 離散型確率分布にしたがう擬似乱数

## 離散型確率分布にしたがう擬似乱数列

ソースコード 3: 擬似乱数

```
1 /*
2 rand1.c — -1 or +1 を確率1/4, 3/4で選ぶ乱数
3 Time-stamp: "2020-04-08 Wed 09:08 JST hig"
4 */
5 #define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS // Visual C++用おまじない
6 #include <stdio.h>
7 #include <stdlib.h> /* srand(), rand() を使うのに必要 */
8
9 /* 関数プロトタイプ宣言 */
10 double getuniform();
11 int getrandom(double y);
12
13 int main(){
14     int seed; /* 擬似乱数のシード */
15     int n; /* カウンタ 標本内通し番号*/
16     int nmax=100; /* 擬似乱数を得る回数=サンプルサイズN */
17     int r;
18
19     scanf("%d",&seed);
20     srand(seed); /* シードの設定 */
21     for(n=0;n<nmax;n++){
22         /* srand(seed); */ /*ここに置く? */
23         r=getrandom(getuniform());
24         printf("%d\n",r);
25     }
26     return 0;
27 }
28 /** [0,1) 一様擬似乱数を返す */
29 double getuniform(){
30     return rand()/(RAND_MAX+1.0);
31 }
32
33 /** -1 or +1 を確率1/4, 3/4 で返す乱数 */
34 int getrandom(double y){
35     if( y < 0.25 ){
36         return -1;
37     } else {
38         return +1;
39     }
40 }
```

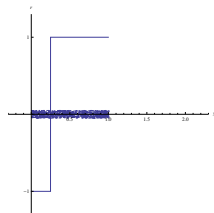
## しくみ

離散型確率変数  $X$ .

$$\text{確率関数 } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & (x = -1) \\ \frac{3}{4} & (x = +1) \end{cases}$$

```

1  /* 引数 y が [0, 1) 一様乱数なら,
2     getrandom の返り値は
3     確率 1/4 で -1, 確率 3/4 で +1 */
4  int getrandom(double y){
5     if( y < 0.25){
6         return -1;
7     } else {
8         return +1;
9     }
10 }
```



```
r=getrandom(getuniform());
```

# マイいかさまコイン関数を書こう

L01-Q2

## Quiz(擬似乱数の使いかた)

引数  $y$  として  $[0, 1)$  一様乱数が与えられたとき, 下の確率で値を返す `double getrandom(double y)` を, サンプルプログラムを参考に書こう.

返り値	確率
0.6	0.7
0.4	0.3

## マイいかさま三角エンピツ関数を書こう

L01-Q3

## Quiz(離散的な乱数の生成)

離散的確率変数  $R$  の確率分布は次であたえられる。

$$f(r) = \begin{cases} \frac{2}{8} & (r = 1) \\ \frac{1}{8} & (r = 2) \\ \frac{5}{8} & (r = 3) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}.$$

引数  $y$  として  $[0, 1)$  一様乱数を与えるとき, 上の確率分布に従う乱数  $r$  を返す関数`int getrandom(double y)` を定義しよう。

$a \leq y < b$  のとき, 1 を返すとすると, 1 が返される確率は  $\int_a^b 1 dx$ .  
 $r = 1, 2, 3$  について  $a, b$  をうまく調整していけばいい。

動画解説

<https://youtu.be/Yc6bzcrfLeo>



## L01-Q4

## Quiz(期待値)

離散型確率変数  $R$  は、値  $R = 0$  を確率  $2/13$  で、値  $R = 3$  を確率  $4/13$  で、値  $R = 4$  を確率  $7/13$  でとる。

引数  $y$  として  $[0, 1)$  一様乱数を与えるとき、上の確率分布に従う乱数  $r$  を返す関数 `int getrandom(double y)` を定義しよう。