

樋口さぶろお <https://hig3.net>

龍谷大学 先端理工学部 数理・情報科学課程

線形代数☆演習 I L31(2022-08-03 Wed)

最終更新: Time-stamp: "2022-07-27 Wed 11:06 JST hig"

今日の目標

- 1次独立/1次従属 をイメージできる
- ベクトルの組が基底かどうか判定できる



L29-Q1

Quiz 解答: 基底の変換

$$\boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = a'_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + a'_2 \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}$$

を a'_i について解けばよい.

$$\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

と書けるので, 両辺に左から逆行列 $\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}^{-1}$ をかけて,

$$\begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2 \cdot 5 - 7 \cdot 3} \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{-11} \begin{bmatrix} -18 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

L29-Q2

Quiz 解答: 基底の変換

$$\boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = a'_1 \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + a'_2 \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

を a'_i について解けばよい。

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

と書けるので、両辺に左から逆行列 $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ をかけて、

$$\begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

L29-Q3

Quiz 解答: 基底の変換

$$\boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = a'_1 \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix} + a'_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix}$$

より

$$\begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{100}a_1 \\ 10a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{100} & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$