

樋口さぶろお <https://hig3.net>

龍谷大学 先端理工学部 数理・情報科学課程

線形代数☆演習 I L30(2023-07-26 Wed)

最終更新: Time-stamp: "2023-07-26 Wed 13:39 JST hig"

今日の目標



Quiz 解答: 積と転置と逆の行列式

行列の積の順序は変えられない, $\det()$ のような実数はどの位置にスカラー倍してもよい, ことに注意する.

$$\begin{aligned}
 & AB \det(2 \cdot {}^t(A^{-1}B)(AB)^{-1})B^{-1}({}^tA)^{-1} \\
 &= AB \det(2E {}^tB {}^t(A^{-1})B^{-1}A^{-1})B^{-1}({}^tA)^{-1} \\
 &= AB \det(2E) \det({}^tB) \det({}^t(A^{-1})) \det(B^{-1}) \det(A^{-1})B^{-1}({}^tA)^{-1} \\
 &= AB 2^n \det(B) \det(A)^{-1} \det(B)^{-1} \det(A)^{-1} B^{-1}({}^tA)^{-1} \\
 &= 2^n \det(A)^{-2} ABB^{-1}({}^tA)^{-1} \\
 &= 2^n \det(A)^{-2} AE({}^tA)^{-1} \\
 &= \frac{2^n}{\det(A)^2} A({}^tA)^{-1}
 \end{aligned}$$

L29-Q1

Quiz 解答: 1 次結合

$$\textcircled{1} \quad \boldsymbol{w} = 3 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 18 \end{bmatrix}.$$

$$\textcircled{2} \quad \boldsymbol{w} = 6 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 18 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

L29-Q2

Quiz 解答: 部分空間の生成系

- $\textcircled{1}$ 直接に定義の S_1, S_2, S_3 をチェック, または, $x_3 = 0$ は同次連立 1 次方程式なので, 加藤 線形代数 定理 5-1-1(p.146) から.

$$\textcircled{2} \quad W = \left\langle \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\rangle.$$

L29-Q3

Quiz 解答: 同次連立 1 次方程式の解空間の生成系

$$\textcircled{1} \quad A \xrightarrow{\begin{array}{l} \textcircled{1} \times (-2) + \textcircled{2} \\ \textcircled{1} \times (-2) + \textcircled{3} \end{array}} \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\text{解は } \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} t + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} s \quad (t, s \in \mathbb{R}).$$

$$\text{解空間 } W = \left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} t + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} s \mid t, s \in \mathbb{R} \right\}.$$

$$\textcircled{2} \quad \text{生成系は } \left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}. \quad \text{すなわち, } W = \left\langle \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\rangle.$$

③ 三角形を含む平面全体

y

