

学籍 

t/y							
-----	--	--	--	--	--	--	--

 氏名 [ \_\_\_\_\_ ] \_\_\_\_\_ /12

龍谷大学 > 先端理工学部 > 数理・情報科学課程 > 樋口 > 担当科目 > 2021年 > 確率統計 I

## 確率統計 I Trial L03

樋口さぶろお<sup>1</sup> 配布: 2021-04-21 Wed 更新: Time-stamp: "2021-04-20 Tue 11:52 JST hig"

### 1

連続型確率変数  $X$  は次の確率密度関数  $f(x)$  を持つ.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{81}x^3 & (0 \leq x < 3) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

1. 母期待値  $E[X - 3]$  を求めよう.
2. 母分散  $V[X]$  を求めよう.
3. 確率  $P(0 < X < 2)$  を求めよう.

12点満点. × N:NG ワード/アイデア, × P:過程なし, × か:考え方の誤り, × き:記号の誤り, × け:計算ミス

<sup>1</sup>Copyright © 2021 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.  
hig@math.ryukoku.ac.jp, <https://hig3.net>(授業のページもここから) へや:1号館5階 1-507

## 略解

### 1

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots \text{ に対して, } E[X^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(x) dx = 0 + \int_0^3 x^k \frac{4}{3^4} x^3 dx + 0 = \frac{4 \cdot 3^k}{4+k}.$$

$$1. E[X - 3] = E[X^1] - 3E[X^0] = \frac{12}{5} - 3 = -\frac{3}{5}.$$

Remark  $\int_0^3 (x-3) \frac{4}{81} x^3 dx$  を直接計算しても同じ結果になるけど、 $\int_0^3 (-3) \frac{4}{81} x^3 dx$  はどうせ  $-3$  になるんだからわざわざ計算しないで。

$$2. V[X] = E[X^2] - E[X^1]^2 = \frac{36}{6} - \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{6}{25}.$$

Remark  $V[X] = \int_0^3 \left(x - \frac{12}{5}\right)^2 \frac{4}{81} x^3 dx$  を直接計算しても同じ結果になるけどたいへん。

$$3. P(0 < X < 2) = E[I_{0 < X < 2}(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} I_{0 < X < 2}(x) f(x) dx = \int_0^2 \frac{4}{81} x^3 dx = \frac{2^4}{3^4}.$$

モーメント  $E[X^k]$  は複数個所で必要になるのだから、まず部品として求めておくほうが楽。

いつでも  $E[X^0] = 1, E[X^{2k}] \geq 0, V[X] \geq 0$ . そうでない答がでたら見直そう。

いつでも  $0 \leq P(\text{条件}) \leq 1$ . そうでない答がでたら見直そう。

さらに、この問では  $f(x) > 0$  となるのは  $x > 0$  だけだから  $E[X^{2k}] > 0, E[X^{2k+1}] > 0$ .  
そうでない答がでたら見直そう。

配点 各4点, 計12点.