応用数理 II

樋口 さぶろお*

2000 年 11 月 10 日

4 先週の quiz

4.1 代数方程式の摂動展開

3 次方程式

$$x^3 - x + \varepsilon = 0 \tag{1}$$

に, 摂動展開

$$x = x_0 + x_1\varepsilon + x_2\varepsilon^2 + x_3\varepsilon^3 + \cdots \tag{2}$$

を代入すると,

$$\begin{aligned}
&\varepsilon^0(x_0^3 && -x_0 \quad)\\
&+\varepsilon^1(3x_0^2x_1 && -x_1 - 1)\\
&+\varepsilon^2(3x_0^2x_2 + 3x_0x_1^2 && -x_2 \quad)\\
&+\varepsilon^3(3x_0^2x_3 + 6x_0x_1x_2 + x_1^3 && -x_3 \quad)\\
&+\cdots = 0
\end{aligned} \tag{3}$$

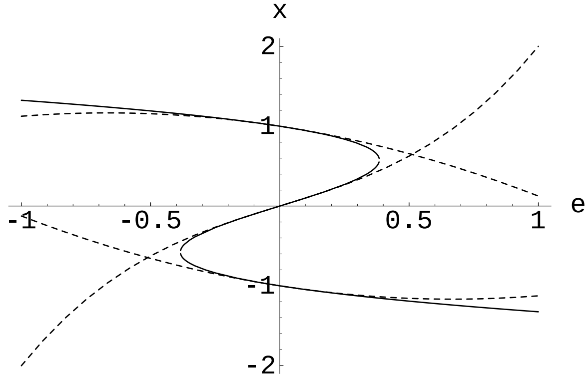
ε^0 では, $\varepsilon = 0$ のときの根, $x = x_0 = 0, \pm 1$ が見つかる. 順に決めていくと,

$$x = \begin{cases} +1 - \frac{1}{2}\varepsilon - \frac{3}{8}\varepsilon^2 - \frac{1}{2}\varepsilon^3 + \cdots, \\ -1 - \frac{1}{2}\varepsilon + \frac{3}{8}\varepsilon^2 - \frac{1}{2}\varepsilon^3 + \cdots, \\ 0 + \varepsilon + 0\cdot\varepsilon^2 + 1\cdot\varepsilon^3 + \cdots \end{cases} \tag{4}$$

*hig@math.ryukoku.ac.jp

となる.

下の図で, 実線が真の解, 波線が ε^3 までの摂動解.



5　今週の quiz

5.1　永年項

強制振動の方程式

$$x''(t) + \omega^2 x(t) = A_0 e^{i\omega_0 t} \tag{5}$$

で, 特に $\omega = \omega_0$ のとき, 適当な定数 C に対して

$$x(t) = C \times t e^{i\omega t} \tag{6}$$

が特解になっていることを示せ. その C を求めよ.