応用数理 II

樋口 さぶろお*

2000 年 12 月 15 日

10　今週の quiz: 平均化の方法

授業では

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = \varepsilon f(x(t), \dot{x}(t)) \tag{1}$$

を平均化の方法で解くことを, $f(x(t), x'(t)) = -\omega x'(t)(x(t)^2 - 1)$ の場合に具体的に行った. 以下, 授業で用いた記号をそのまま使う.

こんどは, $f(x(t), \dot{x}(t)) = -\omega^2 x(t)^3$ の場合 (Duffing 方程式) に同じことを行おう.

$$\dot{a}(t) = \varepsilon \times \left(-\frac{1}{\omega}\right) \sin(\omega t + \theta(t)) f(x(t), \dot{x}(t)), \tag{2}$$

$$\dot{\theta}(t) = \varepsilon \times \left(-\frac{1}{a\omega}\right) \cos(\omega t + \theta(t)) f(x(t), \dot{x}(t)) \tag{3}$$

から出発して, 平均化の手続き (1 周期の積分) によって,

$$\dot{a}(t) = 0, \tag{4}$$

$$\dot{\theta}(t) = \varepsilon \frac{3}{8} a(t) \omega^2 \tag{5}$$

を導け. 次にこの連立微分方程式を解いて

$$x(t) = a_0 \cos\left(\omega\left(1 + \varepsilon \frac{3a^2}{8}\right) t + \theta_0\right) + \cdots \tag{6}$$

を導け (a_0, θ_0 は積分定数).

* hig@math.ryukoku.ac.jp