

## 微積分 演習 (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお<sup>1</sup> 配布: 2006-11-30 Thu 更新: Time-stamp: "2006-12-14 Thu 07:56 JST hig"

### 9 2変数関数のテイラー展開

#### 例題 (講義でやります)

関数  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$  を考える.  $x, y \in \mathbb{R}$  とする.

1.  $f_x(x, y), f_y(x, y), f_{xx}(x, y), f_{xy}(x, y), f_{yy}(x, y)$  を求めよう.
2.  $f(x, y)$  の, 点  $(x, y) = (2, -2)$  における 2 次のテイラー展開を求めよう.
3.  $f(x, y)$  の停留点を求めよう.
4. 上で求めた停留点  $(x, y) = (a, b)$  における, 2 次のテイラー展開を求めて, この点が極小か, 極大か, どちらでもないか考えよう.

#### 9.1 お奨め問題:テイラー展開

$f(x, y) = x^3 + x^2y + 2xy^2 + 3y^3 + 1$  を考える.

1. 偏微分係数  $f_x(1, -1), f_y(1, -1), f_{xx}(1, -1), f_{xy}(1, -1), f_{yx}(1, -1), f_{yy}(1, -1)$  を求めよう. [略解の一部:  $f_x(1, -1) = 3, f_{xy}(1, -1) = -2$ ]
2.  $z = f(x, y)$  の,  $(x, y) = (1, -1)$  における 2 次のテイラー展開を求めよう. [略解:  $f(x, y) = 0 + 3(x-1) + 6(y+1) + \frac{1}{2!}(4(x-1)^2 + 2(-2)(x-1)(y+1) - 14(y+1)^2) + R_3.$ ]
3.  $\xi(t) = 1 + 2 \sin t, \eta(t) = -1 - 3 \sin t, z(t) = f(\xi(t), \eta(t))$  とする.  $\frac{dz}{dt}(\pi)$  を, 2 変数の合成関数の微分法を用いて計算しよう. [略解: 12]
4. 点  $(x, y) = (1, -1)$  から,  $(\lambda, \mu) = (-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$  の方向に進んだとき,  $f(x, y)$  の値は増加するが減少するか (斜面は登りか降りか), 方向微分  $D_{\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} f(1, -1)$  を計算して求めよう.

<sup>1</sup>Copyright ©2003-2006 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

## 9.2 2変数関数のテイラー展開

1. 関数  $f(x, y) = e^{x+y}$  の  $(x, y) = (0, 0)$  における 2 次のテイラー展開を求めよう. 労力の様々ないろいろな計算方法があります. 工夫してみよう. (正攻法, 組みあわせで楽する方法, 多変数の合成関数の微分法を利用する方法, …).
2. 曲面  $z = f(x, y) = e^{x+y}$  の,  $(x, y) = (0, 0)$  における接平面の式を求めよう.
3. 関数  $f(x, y) = \sin(xy)$  の  $(x, y) = (-\frac{\pi}{2}, -1)$  における 2 次のテイラー展開を求めよう.
4. 曲面  $z = f(x, y) = \sin(xy)$  の,  $(x, y) = (-\frac{\pi}{2}, -1)$  における接平面の式を求めよう.
5. 関数  $f(x, y) = \ln(1 + x + y)$  の  $(x, y) = (0, 0)$  における 2 次のテイラー展開を求めよう. 楽な方法もあるかも.

## 9.3 2変数関数の極大極小

1.  $f(x, y) = x^2 - 2xy + y^3$  の停留点をすべて求めよう.  $x, y \in \mathbb{R}$  とする.
2.  $f(x, y) = x^2 - 2xy + y^2$  の停留点をすべて求めよう.  $x, y \in \mathbb{R}$  とする.

## 教科書のお奨め問題

薩摩 p.144 第 5 章演習問題 [3](a).

## お知らせ

今日の演習問題は, 8 とあわせて, 2006-12-07 木に解きます.

## 授業の録画見られます!

授業の Web ページの記録と予定のところからどうぞ.

[hig3.net](http://hig3.net) > 微積分 演習

## ウィークリーフィードバック

今日の講義や演習はわかりやすかったか, どこがわかりにくかったか, どこがさらに詳しい説明を必要とするか, みなさんの評価を担当教員に伝えることができます.

[hig3.net](http://hig3.net) > 微積分 演習 > ウィークリーフィードバック

匿名で選択式で携帯から簡単に回答できます. ご利用ください.



<http://hig3.net>

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [今回の解答](#)