

微積分 演習 (略解) (情報メディア学科1年次科目)

樋口さぶろお¹ 配布: 2006-10-04 Wed 更新: Time-stamp: "2006-10-04 Wed 19:30 JST hig"

2 三角関数とその逆関数

2.1 お奨め問題

略解

1. $-\frac{1}{6}\pi, \frac{2}{3}\pi, \frac{1}{3}\pi$.
2. $f^{-1}(x) = -1 + \sqrt{3+x} \ (x \geq -3)$.

2.2 逆三角関数やその他の関数のグラフ

略解 後ろの方の図参照.

1. $g(x) = \cos(x)$ を x 方向に $-1/2$ 倍, その後 x 方向に $\pi/2$ 平行移動. または, $f(x) = \cos(-2x + \pi) = -\cos(-2x) = -\cos(2x)$ からわかる.
2. $g(x) = \text{Cos}^{-1}(x)$ を, x 方向に $-\frac{1}{2}$ 倍したあと, x 方向に $\frac{1}{2}$ 平行移動.
3. $\ln x$ を, x 方向に -1 平行移動した後, x 方向に -1 倍.

2.3 逆関数

略解

1. $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(-\pi + \text{Sin}^{-1}(x/3)) \ (-3 \leq x \leq 3)$.
2. $f^{-1}(x) = \frac{1}{3} \tan(x/2) \ (-\pi < x < +\pi)$.
3. $f^{-1}(x) = -\frac{1}{2} \ln \frac{x-1}{3}$.

¹Copyright ©2003-2006 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

略解

1. $\text{Sin}^{-1}(-1/\sqrt{2}) = -\pi/4$
2. $\text{Cos}^{-1}(-\sqrt{3}/2) = \frac{5}{6}\pi$
3. $\text{Tan}^{-1}(-\sqrt{3}) = -\pi/3$
4. $\text{Tan}^{-1}(1/\sqrt{3}) = \pi/6$
5. $\sin(\text{Cos}^{-1}(1/2)) = \sqrt{3}/2$
6. $\text{Cos}^{-1}(\sin(-\pi/2)) = \text{Cos}^{-1}(-1) = \pi$

2.5 チャレンジ問題

略解

1. $\sin(\text{Sin}^{-1}(0.7)) = 0.7.$
2. $\text{Cos}^{-1}(\cos(8.2)) = 8.2 - 2\pi.$
3. $\cos(2 \text{Sin}^{-1}(x)) = 1 - 2x^2.$
4. $f^{-1}(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} \quad (-\infty < x < +\infty)$
- 5.

教科書のお奨め問題

薩摩 p.49 第2章演習問題 [1][2][3]

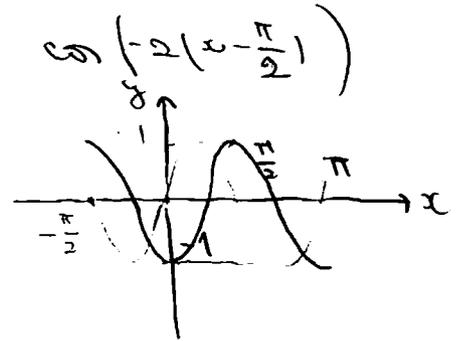
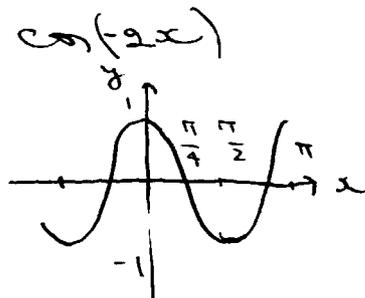
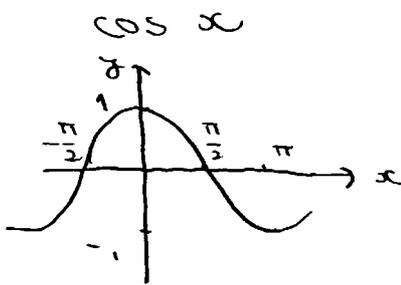
2006 Lφ2
2005 Lφ2

2.2.1

$$f(x) = \cos(-2x + \pi) \\ = \cos(-2(x - \frac{\pi}{2}))$$

$\cos x$ へ x 方向に $-\frac{1}{2}$ 倍 $r=0$ へ, x 方向に $\frac{\pi}{2}$ 平行移動

(別解) x 方向に π 平行移動 $r=0$ へ, x 方向に $-\frac{1}{2}$ 倍



(別解) $f(x) = -\cos(2x)$

2.2.2

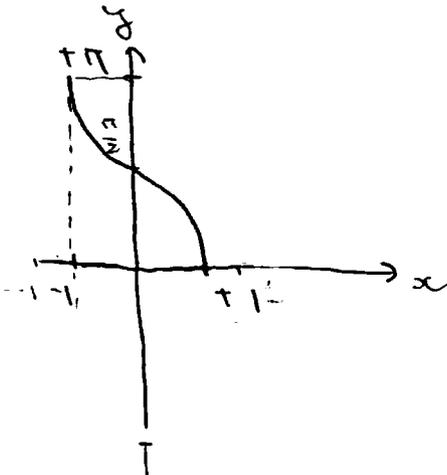
$$f(x) = \cos^{-1}(-2(x - \frac{1}{2}))$$

$\cos^{-1}(x)$ へ, x 方向に $-\frac{1}{2}$ 倍 $r=0$ へ, x 方向に $\frac{1}{2}$ 平行移動

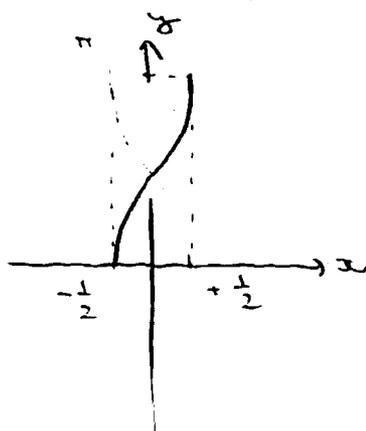
(別解)

x 方向に -1 平行移動 $r=0$ へ, x 方向に $-\frac{1}{2}$ 倍

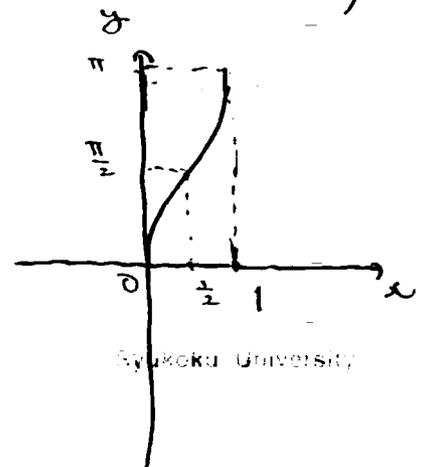
$\cos^{-1} x$



$\cos^{-1}(-2x)$



$\cos^{-1}(-2(x - \frac{1}{2}))$



2006 LΦ2

2003, 2004, 2005 LΦ2

2.1.2 $y = x^2 + 2x - 2$

$$x^2 + 2x - (2 + y) = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1^2 + (2 + y)}$$

$x \geq -1 - y$ $f^{-1}(x) = -1 + \sqrt{2 + x}$ 定義域は $x \geq -3$

2.54 $y = \frac{1}{2} \log \frac{1+x}{1-x}$

$$2y = 1 \times \log \frac{1+x}{1-x}$$

$$e^{2y} = \frac{1+x}{1-x}$$

$$(1-x)e^{2y} = 1+x$$

$$-x(1+e^{2y}) = 1 - e^{2y}$$

$$x = \frac{e^{2y} - 1}{e^{2y} + 1}$$

$$\left(\frac{e^y - e^{-y}}{e^y + e^{-y}} = \tanh y \right)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

定義域は $-\infty < x < \infty$

π/2 < π < 3π/2

2.3.1 $y = 3 \sin(2x + \pi)$

$$\frac{1}{3}y = \sin(\cdot)$$

$2x + \pi = \text{Arcsin}(y/3)$ 定義域は $-3 \leq y \leq 3$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(-\pi + \text{Arcsin}(\frac{x}{3}))$$
 定義域は $-3 \leq x \leq 3$

2.3.2 $y = 2 \text{Arctan } 3x$

$$\frac{1}{2}y = \text{Arctan } 3x$$

$$\tan(\frac{1}{2}y) = 3x$$

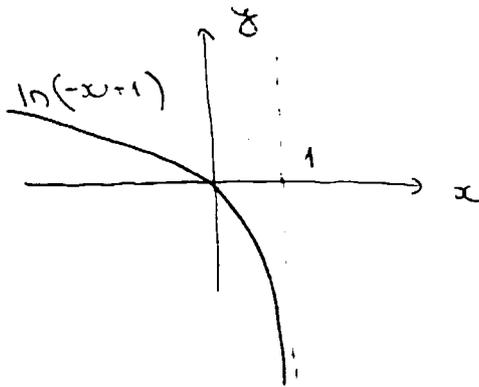
$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3} \tan(\frac{1}{2}x)$$

定義域は $-\pi < x < \pi$

2006 LΦ2

2005 EΦ2

2.2.3



2.3.3

$$f(x) = 3e^{-2x} + 1$$

領域は $1 < y < +\infty$

$$y = 3e^{-2x} + 1$$

$$y - 1 = 3e^{-2x}$$

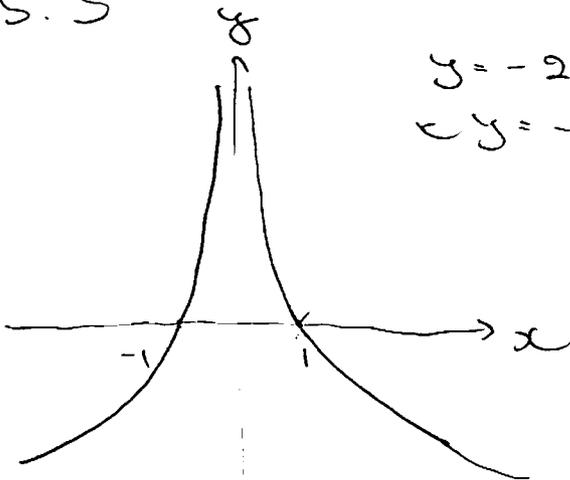
$$\frac{y-1}{3} = e^{-2x}$$

$$\ln \frac{y-1}{3} = -2x$$

$$x = \frac{1}{2} \ln \frac{y-1}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{x-1}{3} \quad (x > 1)$$

2.5.5



$$y = -2 \ln x$$

$$\text{と } y = -2 \ln(-x) \text{ を重ねると}$$

領域は $y > 0$