

注意 **両面です. 全部で3問です.** 以下の問題で,  $x, y, z$  座標系は右手系 (ふだん通り) です.  $x, y, z$  軸の正の向きの単位ベクトルの記号として,  $i, j, k$  をつかってよいです.

## 1

$x, y, z$  軸の正の向きの基本ベクトルを  $i, j, k$  とする. ベクトル  $A = \begin{pmatrix} -1 \\ +2 \\ -3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ +4 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -3 \\ +2 \\ -3 \end{pmatrix}$  とする.

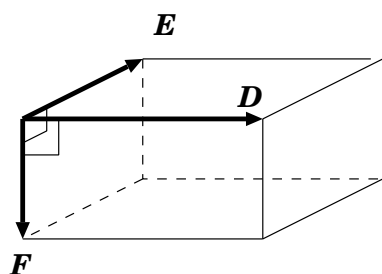
1.  $A \times B$  を求めよう.
2.  $(A \cdot B)C$  を求めよう.
3.  $A, B$  を 2 辺とする平行 4 辺形の面積を求めよう.
4.  $A, B, C$  を 3 辺とする平行 6 面体の体積を求めよう.
5.  $\langle C, B, A \rangle$  は右手系か左手系か同一平面上にあるか判定しよう.

## 2

ベクトル  $D = \begin{pmatrix} -1 \\ +1 \\ -\sqrt{6} \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} +\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} \\ +\sqrt{2} \end{pmatrix}$  とする. 図は, (直方体とは限らない) 平行 6 面体を斜め上から見たものである

なお, 図の長さや角度は正確でないので信じないでね.

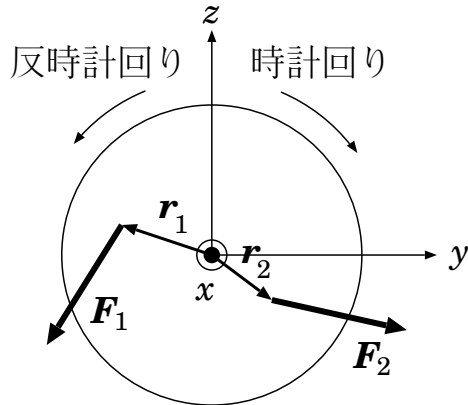
1. ベクトル  $D$  と  $E$  のなす角を求めよう.
2. ベクトル  $D$  と  $F$ ,  $E$  と  $F$  のなす角は直角であり, 図のような位置関係にある. ベクトル  $F$  は,  $|F| = 6$  を満たす.  $F$  を求めよう.



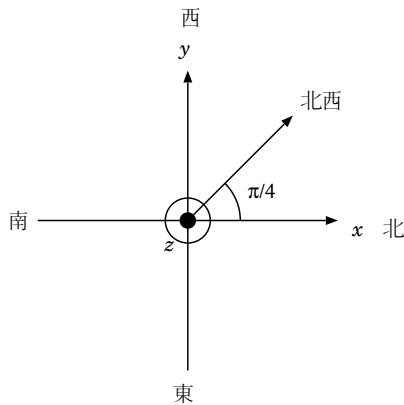
<sup>1</sup>Copyright ©2005 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.  
<http://hig3.net/>(講義のページもここからたどれます), <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/>,  
<mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp>, tel:0775437514 数理情報学科へや:1号館5階502.

### 3

1.  $x$  軸に平行な回転軸のまわりに自由に回転できる円板がある. 円板の  $r_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  の位置に力  $F_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  を,  $r_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$  の位置に力  $F_2$  を加えた.  $F_2$  は,  $G = \begin{pmatrix} 0 \\ +2 \\ -3 \end{pmatrix}$  に平行である. この円板が回らないためには,  $F_2$  はどのようなベクトルであればいいか, 求めよう. なお, 図の長さや角度は正確でないので信じないでね.



2. 図のように  $x, y, z$  軸をとる. 北西とは, 北と西のちょうど中間の向きである.
- 北西向きの単位ベクトルの成分表示を求めよう.
  - 原点から北西向きに 5km だけ進んだ. 北にはどれだけ進んだことになるか.
  - 原点から北に 3km だけ進み, 次に 1km だけ東に進んだ. 北西にはどれだけ進んだことになるか.



# 物理数学 演習I<sup>2</sup>春のプチテスト略解

龍谷大学理工学部数理情報学科 2005年05月19日樋口さぶろお<sup>3</sup>

## 1

1.  $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -1 & +2 & 0 \\ 0 & -3 & +4 \end{vmatrix} = 8\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ .
2.  $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\mathbf{C} = 2(-3)\mathbf{C} = \begin{pmatrix} +18 \\ -12 \\ +18 \end{pmatrix}$ .
3.  $|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = (8^2 + 4^2 + 3^2)^{1/2} = \sqrt{89}$ .
4.  $|\mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B})| = |(-24 + 8 - 9)| = |-25| = 25$ .
5. スカラー三重積  $\mathbf{C} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{A})$  の符号で判定できる. ここで,  $\mathbf{C} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{A}) = -\mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = +25 > 0$  なので右手系.

## 2

1. なす角を  $\theta$  とすると,  $\cos \theta = \frac{\mathbf{D} \cdot \mathbf{E}}{(\mathbf{D} \cdot \mathbf{D})^{1/2}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{E})^{1/2}} = \frac{-4\sqrt{3}}{8} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ . よって,  $\theta = \frac{5}{6}\pi$ .
2. 図より,  $\langle \mathbf{D}, \mathbf{E}, \mathbf{F} \rangle$  は左手系をなす. したがって, ある正のスカラー  $a > 0$  を用いて,  $\mathbf{F} = -a\mathbf{D} \times \mathbf{E} = -a \cdot \frac{4}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$  とかける. 条件  $|\mathbf{F}| = 6$  より  $a$  を定めると,  $a = \frac{6}{4}$ . よって,  $\mathbf{F} = \frac{6}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} +1 \\ +1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

## 3

1. 回転しないためには, 力のモーメントの合計が 0 になる必要がある. すなわち,

$$(1) \quad \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 = \mathbf{0}.$$

ここで,  $\mathbf{F}_2 = a\mathbf{G}$  を代入すると,

$$(2) \quad \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

よって,  $a = -7$  であり,  $\mathbf{F}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -14 \\ +21 \end{pmatrix}$ .

2. (a)  $\mathbf{u} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .  
(b) 進んだ向きと距離を表すベクトルは  $5\mathbf{u}$ . 北向きの単位ベクトルを  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  とすると,  $5\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \frac{5}{\sqrt{2}}[\text{km}]$ .  
(c) 進んだ向きと距離を表すベクトルは  $\mathbf{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . よって,  $\mathbf{d} \cdot \mathbf{u} = \sqrt{2}[\text{km}]$ .

<sup>1</sup>Copyright ©2005 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

<sup>2</sup><http://www.a.math.ryukoku.ac.jp/~hig/physmath1/>

<sup>3</sup><mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp>, <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/>,  
へや 1-502, でんわ 077-543-7514

## 講評と感想

- スカラーとベクトルを細字太字で区別しよう.
- $AB$  みたいな積はない.
- $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ad \\ be \\ cf \end{pmatrix}$  みたいな積はない.
- $A = \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix}$  は間違い. ベクトルの成分はベクトルじゃない. きっと,  $A = A_x i + A_y j + A_z k$  がやりたかったんだよね.
- $A$  に平行なベクトルは  $aA$  とかける.  $a$  はスカラー.

### 1

完璧にできてほしい基本的な問です.

- 1.
2.  $A \cdot B$  はスカラー  $-6$ . したがって, この空白はベクトルのスカラー倍.
- 3.
4. スカラー 3 重積ですね. 上で  $A \times B$  を求めているので, これが使えるように cyclic に回して  $C \cdot (A \times B)$  を使うと楽.
5. スカラー 3 重積で判定できますね.  $A \times B = -B \times A$  に注意しましょう.

### 2

1. 基本です. ラジアンで答えましょう.
2. (1) 方向を正しく求めること, (2) 向きを正しく求めること, (3) スカラー倍して正しい長さにする, の3つが必要です.  
(1) は  $D \cdot F = 0, E \cdot F = 0$  を解くことによって求められます.  $F = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times a$  ( $a$  はスカラー) のような答がでるはずですが. ここで,  $|F| = 6$  から,  $a = \pm 3\sqrt{2}$  まで求まりますが,  $\pm$  のどちらをとるかは, たとえば, スカラー 3 重積を計算して,  $\langle D, E, F \rangle$  が左手系であることから定める必要があります.  
また, 略解のように  $D \times E$  を考えれば,  $\langle D, E, D \times E \rangle$  は右手系なので, 直接,  $F = -aD \times E = -a \begin{pmatrix} -2\sqrt{2} \\ -2\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ , ( $a > 0$ ) まで求まります.

### 3

1.  $F_2 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  といったんおいた後で,  $G$  と平行という条件を課したかったら,

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = aG = a \begin{pmatrix} 0 \\ +2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

と書いて,  $a$  を消去するしかない. そのくらいなら,  $F_2 = a \begin{pmatrix} 0 \\ +2 \\ -3 \end{pmatrix}$  とおいたほうがいいでしょ.

- 2.

# 物理数学 演習I春のプチテスト参加案内

樋口さぶろお<sup>4</sup> 配布: 2005年05月19日更新: Time-stamp: "2005/05/28 Sat 18:00 hig"

1. 座席指定にご協力ください.
2. 参照なしです.
3. 解答用紙1枚に1問ずつ, 指定された用紙に解答しよう.
4. 過程も答えよう. 最終的な答えが正しいことがわかるような過程を記そう.
5. 問題文に現れない記号を使うときは, 定義を記そう.
6. 答案の扱いについて, 次の2つのうち希望する方を, 答案用紙の欄にマークしよう.
  - (a) 1-502 前レターボックスで答案を返却する (第三者が点数を見る可能性がある).
  - (b) 答案を廃棄し, 返却も公開もしない.
7. 出席チェックするので学生証を机の上に出してね.
8. 携帯電話は (時計としても) 使わないでね.

## 答案の返却

答案の返却は 2005/05/26(木) 以降です.

この試験の成績は, 科目の成績 100 点中 15 点分です.

各自の点数は, 採点后, 生協メール (アドレス [t050nnnx@ryukoku-u.jp](mailto:t050nnnx@ryukoku-u.jp)) で個別にお知らせします. 携帯メールなど, 他のアドレスで受け取りたい人は, ページ

<http://www.a.math.ryukoku.ac.jp/~hig/course/mail.html>

(<http://hig3.net> からも行けます) の説明にしたがって, あらかじめ転送設定しておいてください.

---

<sup>4</sup>Copyright ©2005 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.