チーム [　　　　　] 学籍番号 [　　　　　　　] 氏名 [　　　　　　　　　　　　] ＿＿＿＿/12

確率統計☆演習 ITrial L06

樋口さぶろお[1]　配布: 2017-11-01 Wed 更新: Time-stamp: "2017-11-01 Wed 14:12 JST hig"

1

2 変数 X, Y の離散型確率分布を考える．同時分布 $f_{\mathrm{XY}}(x, y)$ が下の表で与えられる．

$y \backslash x$	2	3
0	7/12	1/12
2	0	4/12

1. 母期待値 $\mathrm{E}[X^2 Y]$ を求めよう．
2. 確率 $P(X^2 + Y^2 \geq 8)$ を求めよう．

2

確率変数 X, Y について, $\mathrm{E}[X] = 2, \mathrm{V}[X] = 3, \mathrm{E}[Y] = 10, \mathrm{V}[Y] = 30$ が成立する．さらに, $\mathrm{Cov}[X, Y] = 5$ が成立する．次の量を求めよう．

1. $\mathrm{E}[-3X^2 + Y]$
2. $\mathrm{E}[(X + 1)(Y + 2)]$

3

独立な確率変数 X, Y について, 常に成立する式に○, 常に成立するとは限らない等式に×をつけよう．

1. $\mathrm{E}[X^4 Y^4] = \mathrm{E}[X^4] \times \mathrm{E}[Y^4]$.
2. $\mathrm{E}[(X^2 + Y)X] = \mathrm{E}[X^2 + Y] \times \mathrm{E}[X]$.
3. $\mathrm{V}[X + X + Y] = \mathrm{V}[X] + \mathrm{V}[X] + \mathrm{V}[Y]$.
4. $\mathrm{V}[X - Y] = \mathrm{V}[X] + \mathrm{V}[Y]$.

12 点満点．× N:NG ワード/アイデア, × P:過程なし, ×か:考え方の誤り, ×き:記号の誤り, ×け:計算ミス

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(授業のページもここから), へや:1 号館 5 階 502

略解

1

1. $0+0+0+3^2\times 2\times 4/12=6$.
2. $0+1/12+0+4/12=5/12$.

2

1. $\mathrm{E}[-3X^2+Y]=-3\mathrm{E}[X^2]+\mathrm{E}[Y]=-3\cdot(3+2^2)+10=-11$.
2. $\mathrm{E}[(X+1)(Y+2)]=\mathrm{E}[XY]+2\mathrm{E}[X]+\mathrm{E}[Y]+\mathrm{E}[2]=(5+2\cdot 10)+2\cdot 2+10+2=41$.

3

数学的には○なら証明し，×なら反例を挙げるわけですが，ここでは，×は説明的なことを書いてます．

1. ○．X,Y が独立のとき，$\mathrm{E}[\phi_1(X)\phi_2(Y)]=\mathrm{E}[\phi_1(X)]\times\mathrm{E}[\phi_2(Y)]$ だから．
2. ×．$\mathrm{E}[\phi_1(X)\phi_2(Y)]=\mathrm{E}[\phi_1(X)]\times\mathrm{E}[\phi_2(Y)]$ を使ったように見えるが，$\phi_1(X,Y)=X^2+Y, \phi_2(X)=X$ と，X が両方にはいってるから正しい使い方ではない．別の言い方をすると，X^2+Y と X は独立と限らないから．
3. ×．$\mathrm{V}[X+X+Y]=\mathrm{V}[2X+Y]=\mathrm{V}[2X]+\mathrm{V}[Y]=2^2\mathrm{V}[X]+\mathrm{V}[Y]$ なので，$\mathrm{V}[X]=0$ でない限りは成立しない．別の言い方をすると，X と X は独立ではないので，$\mathrm{V}[X+X]\neq\mathrm{V}[X]+\mathrm{V}[X]$．
4. ○．$\mathrm{V}[X-Y]=\mathrm{V}[X+(-1)Y]=\mathrm{V}[X]+\mathrm{V}[(-1)Y]=\mathrm{V}[X]+(-1)^2\mathrm{V}[Y]$．

1-1: 2 点
1-2: 2 点
2-1: 2 点
2-2. 2 点
3: 1x4 点