理論物理学特論[1]　龍谷大学理工学研究科数理情報学専攻
2001 年 5 月 9 日　樋口さぶろお[2]

5　今週の quiz

5.1　Fourier 級数変換を用いた, 永年項が現れないための条件の導出

前々回の授業で, Duffing 方程式を扱ったときに, 摂動の一次で,

$$\frac{d^2}{d\tau^2}x_1(\tau)+x_1(\tau)=\phi(\tau) \tag{1}$$

が現れた. ただし, 非同次項は

$$\phi(\tau)=-A^3\cos^3\tau+\frac{2\omega_1 A}{\omega}\cos\tau. \tag{2}$$

非同次項 $\phi(\tau)$ は, 周期 2π を持つので, ある $c_n\in\mathbb{C}$ によって,

$$\phi(\tau)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}c_n\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{in\tau} \tag{3}$$

と Fourier 級数展開される.

1. c_1 を求めよ.

Hint. Fourier 級数変換

$$c_n=\int_0^{2\pi}d\tau\phi(\tau)\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-in\tau} \tag{4}$$

を用いる. 積分は, $\cos\tau=(e^{i\tau}+e^{-i\tau})/2$ と変形すると楽にできる.

2. $c_1=0$ となるようにすれば, 微分方程式の解に永年項は現れない. ($c_{-1}=0$ も必要だが, $c_1=0$ ならば自動的に $c_{-1}=0$ となる). そこで, 条件 $c_1=0$ から ω_1 を決定せよ.

[1] `http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/theorphys/`

[2] `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`, へや 1-508, でんわ 077-543-7501