

8 今週の quiz

8.1 平均化の方法

授業では

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = \varepsilon f(x(t), \dot{x}(t)) \quad (1)$$

を平均化の方法で解くことを, $f(x(t), \dot{x}(t)) = -\omega \dot{x}(t) \times (x(t)^2 - 1)$ の場合に具体的に
行った. 以下, 授業で用いた記号をそのまま使う.

こんどは, $f(x(t), \dot{x}(t)) = -\omega^2 x(t)^3$ の場合 (Duffing 方程式) に同じことを行おう.

1.

$$\dot{a}(t) = \varepsilon \times \left(-\frac{1}{\omega} \right) \sin(\omega t + \theta(t)) f(x(t), \dot{x}(t)), \quad (2)$$

$$\dot{\theta}(t) = \varepsilon \times \left(-\frac{1}{a\omega} \right) \cos(\omega t + \theta(t)) f(x(t), \dot{x}(t)) \quad (3)$$

から出発して, 平均化の手続き (1 周期の積分) によって,

$$\dot{a}(t) = 0, \quad (4)$$

$$\dot{\theta}(t) = \varepsilon \frac{3}{8} a(t)^2 \omega \quad (5)$$

を導け.

2. この連立微分方程式を解いて

$$x(t) = a_0 \cos \left(\omega \left(1 + \frac{3}{8} a_0^2 \varepsilon \right) t + \theta_0 \right) + \dots \quad (6)$$

を導け (a_0, θ_0 は積分定数).

¹<http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/theorphys/>

²<mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp>, <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/>,
へや 1-508, でんわ 077-543-7501