理論物理学特論[1]
2001 年 7 月 4 日

龍谷大学理工学研究科数理情報学専攻
樋口さぶろお[2]

期末レポート 問題

提出方法　7 月 20 日 (金) 13 時 00 分までに, 手渡し, または 1-508 前のフォルダーに提出してください.

1　摂動による代数方程式の解

方程式

$$\sin((1+\varepsilon)x) = x \tag{1}$$

は, $\varepsilon = 0$ のとき解 $x = 0$ を持つ. この解が, $\varepsilon \neq 0$ ではどうずれるか.

1. 摂動展開 $x = 0 + \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2 + \cdots$ を用いて適当な次数まで求めることを試みよ.
2. 摂動展開 $x = 0 + \sqrt{\varepsilon}(x_1 + \varepsilon x_2 + \cdots)$ を用いて適当な次数まで求めることを試みよ.

2　永年項

永年項とはなにか, どのようなときに現れ, どのようなときには現れないか. 例をあげて説明せよ.

3　Duffing の微分方程式の摂動解

Duffing の微分方程式

$$x''(t) + \omega^2 x(t) + \varepsilon\omega^2 (x(t))^3 = 0 \tag{2}$$

を, Poincaré-Lindstedt の方法, 平均化の方法, 多重スケールの方法, その他, などの摂動法を用いて解き,

$$x(t) = A(t,\varepsilon)\cos(\omega t + \theta(t,\varepsilon)) + \mathcal{O}(\varepsilon) \tag{3}$$

とかいたとき,

$$A(t,\varepsilon) = A_0 \quad (A_0 \text{ は定数}) \tag{4}$$

$$\theta(t,\varepsilon) = \varepsilon \times \frac{3}{8} A_0^2 \omega t + \theta_0 \quad (\theta_0 \text{ は定数}) \tag{5}$$

となること, あるいは, それより精密な結果を導け.

[1] `http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/theorphys/`

[2] `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`, へや 1-508, でんわ 077-543-7501