理論物理学特論[1] 龍谷大学理工学部数理情報学科2002年04月17日樋口さぶろお[2]

2　2次元のランダムウォークの生成関数

2次元正方格子で, 各1/4の確率で, $(x,y) \mapsto (x \pm 1, y), (x, y \pm 1)$ と移動するランダムウォークを考える. 時刻 $t=0$ には $(x,y)=(0,0)$ に粒子があったとする. 時刻 t に粒子が (x,y) にある確率を $P(x,y,t)$ とかく.

1. P が,

$$\begin{aligned} P(x,y,t+1) = \frac{1}{4} & (P(x+1,y,t) + P(x-1,y,t) \\ & + P(x,y+1,t) + P(x,y-1,t)) \end{aligned} \tag{1}$$

を満たすことを納得せよ.

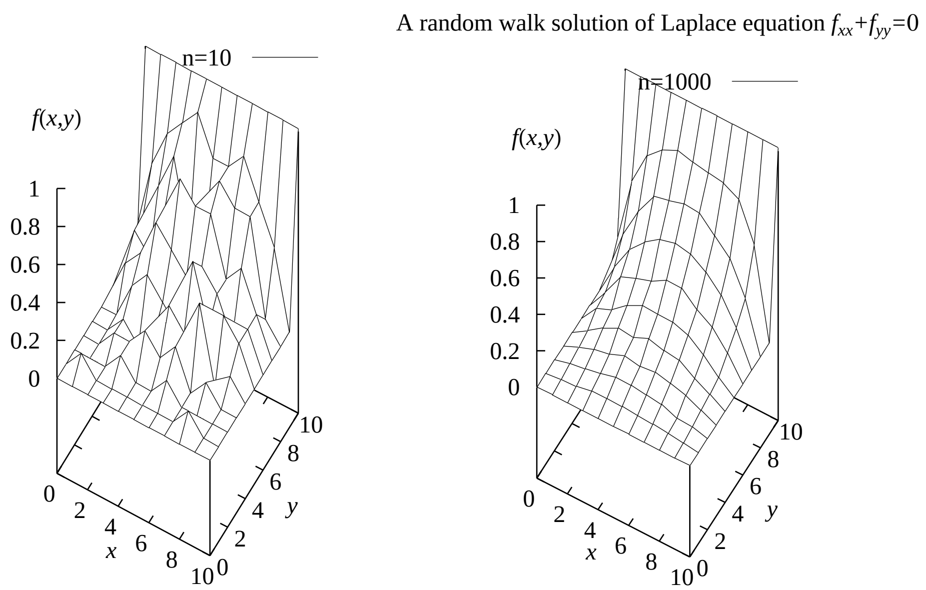
2. 生成関数

$$Z(s,r,t) = \sum_{x=-\infty}^{+\infty} \sum_{y=-\infty}^{+\infty} s^x r^y P(x,y,t) \tag{2}$$

を求めよ.

3. 時刻 t での期待値 $\langle x^2 \rangle_t$ を求めよ.

4. 時刻 t での期待値 $\langle \mathbf{x}^2 \rangle_t = \langle x^2 + y^2 \rangle_t$ を求めよ.



[1] http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/theorphys/

[2] mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp, http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/, へや 1-508, でんわ 077-543-7501