5 乱数

確率分布 $p(x) = \max(1 - |x|, 0)$ に対して,

$$f(x) = \int_{-\infty}^{x} p(x')\mathrm{d}x' = \begin{cases} 0 & (x < -1) \\ \frac{1}{2}(x+1)^2 & (-1 \leq x < 0) \\ 1 - \frac{1}{2}(1-x)^2 & (0 \leq x < 1) \\ 1 & (1 \leq x) \end{cases} \tag{1}$$

より,

$$g(y) = f^{-1}(y) = \begin{cases} (2y)^{1/2} - 1 & (0 \leq x < \frac{1}{2}) \\ 1 - (2(1-y))^{1/2} & (\frac{1}{2} \leq x \leq 1) \end{cases}. \tag{2}$$

よって,

double myrandom1(void)

```
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

/* あらかじめ srand48(long seed); しておく */
double myrandom1(void){
  double x,y;

  y=drand48();      /*  [0.0,1.0) に収まっているはず */

  if( y < 0.5 ){              /* y<0.5 の場合 */
    x=sqrt(2.0 * y)-1.0;      /* 結果は 0<=x<1.0*/
  } else {                    /* 0.5<=y<1.0  の場合 */
    x=1.0-sqrt(2.0*(1.0-y));  /* 結果は 0<=x<1.0*/
  }

  return x;
}
```

[1] http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/theorphys/

[2] mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp, http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/, へや 1-508, でんわ 077-543-7501

6 モンテカルロ数値積分

半径を r としたとき, 円板の面積 (2 次元球の体積) は πr^2, 3 次元球の体積は $\frac{4}{3}\pi r^3$ である. 一般に d-次元球 $B^d = \{(x_1, \ldots, x_d) | x_1^2 + \cdots x_d^2 \leq r^2\}$ の体積 V_d は

$$V_d = C_d \cdot r^d \tag{3}$$

となる. 係数 C_d は定数で, 重積分で決定できる.

この定数 C_d をモンテカルロ数値積分で求めよう. 定数 C_6 の値を, モンテカルロ法で 100 回の試行を行って計算し, double で返す関数を書こう. 気分がいい人は, 整数 d を引数としてとり, C_d を返す関数を書こう. もっと気分のいい人は, 試行回数も指定でき, 誤差も返してくれる関数を書こう.

ただし, [0,1) 一様乱数を返す `double drand48()` を使ってよい.