理論物理学特論[1] 龍谷大学理工学部数理情報学科 2002 年 05 月 29 日 樋口さぶろお[2]

6 モンテカルロ数値積分

裏面参照.

7 チャップマン-コルモゴロフ方程式

拡散方程式

$$\frac{\partial P}{\partial t}(x,t) = \frac{D}{2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}(x,t) \tag{1}$$

の一つの解として, 遷移確率

$$P(x,t|x_0,t_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D\cdot(t-t_0)}}\mathrm{e}^{-\frac{(x-x_0)^2}{2D\cdot(t-t_0)}} \tag{2}$$

がある.

1. 遷移確率 (2) に対して, チャップマン-コルモゴロフ方程式

$$P(x_3,t_3|x_1,t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x_3,t_3|x_2,t_2)P(x_2,t_2|x_1,t_1)\mathrm{d}x_2 \tag{3}$$

   が成立していることを, $t_3 - t_2 = t_2 - t_1 =: T$ という簡単な場合に示せ.

Hint. 指数関数の引数を x_2 について平方完成して

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}x = \sqrt{2\pi}\sigma. \tag{4}$$

を用いる.

2. 遷移確率 (2) が, 拡散方程式 (1) を満たすことを示せ.

---

[1] http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/theorphys/

[2] mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp, http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/, へや 1-508, でんわ 077-543-7501