理論物理学特論[1] 龍谷大学理工学部数理情報学科 2002 年 07 月 03 日 樋口さぶろお[2]

11 マルコフ鎖と遷移行列

遷移行列 $(M_{x'x}) = T_1(x'|x)$ は,

$$M = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & \cdots & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & & & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & & & \ddots & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \cdots & & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

確率保存より, 固有値 1 の左固有ベクトル $(1,1,\dots,1)$ が存在:

$$(1,1,\dots,1) \times 1 = (1,1,\dots,1)M \tag{2}$$

両辺転置をとって,

$$1 \times {}^{\mathrm{t}}(1,1,\dots,1) = {}^{\mathrm{t}}M\,{}^{\mathrm{t}}(1,1,\dots,1) = M\,{}^{\mathrm{t}}(1,1,\dots,1) \tag{3}$$

より, ${}^{\mathrm{t}}(1,1,\dots,1)$ は固有値 1 の右固有ベクトルであり, 定常状態に対応. 規格化を考えて, $P(0,t) = P(1,t) = P(2,t) = \cdots = P(N-1,t) = 1/N$ が (つまらないが) 唯一の定常状態.

12 パーコレーション

2 次元正方格子の場合の $a_{s,t}$ を考えよう. ただし, s はクラスター中のサイト数. t はクラスターの周縁のサイトの数.

1. $a_{3,7}$ を求めよう.
2. $a_{4,t} \neq 0$ となる t をすべて求め, 対応するクラスターの形を描こう.

[1] `http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/theorphys/`

[2] `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`, へや 1-508, でんわ 077-543-7501