理論物理学特論 aka 群論☆演習 I

樋口さぶろお[1] 配布: 2004/07/05 Mon 更新: Time-stamp: "2004/07/05 Mon 11:28 hig"

10 巡回群, 剰余類

1.
   - 位数 1 $\langle[0]\rangle = \{[0]\}$.
   - 位数 2 $\langle[4]\rangle = \{[0],[4]\}$.
   - 位数 4 $\langle[2]\rangle = \{[0],[2],[4],[6]\}$.
   - 位数 8 $\langle[1]\rangle = \{[0],[1],\cdots,[7]\}$.
2. **どか 1** $H \le G$ なので, (ぐ 2) より $x^{-1}\circ x = 1_G \in H$ より, $x \sim x$.

   どか 2 $x \sim y$ とすると, $x^{-1}\circ y \in H$. (ぐ 3) より $H \ni (x^{-1}\circ y)^{-1} = y^{-1}\circ(x^{-1})^{-1} = y^{-1}\circ x$. よって $y \sim x$.

   どか 3 $x \sim y$, $y \sim z$ とすると, $x^{-1}\circ y \in H, y^{-1}\circ z \in H$. (ぐ 0),(ぐ 1) より, $H \ni (x^{-1}\circ y)\circ(y^{-1}\circ z) = x^{-1}\circ z$. よって, $x \sim z$.

11 剰余類分解

1. 乗法による群 $G = \{+1,-1,+i,-i\}$ と, その部分群 $H = \{+1,-1\}$ を考える. 群 G の, 部分群 H による (左) 剰余類分解を求めよう.
2. 実数を成分とする $n\times n$ 正則行列の (乗法に関する) 群を $\mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$ と書く. 群 $\mathrm{SL}_n(\mathbb{R})$ を, 行列式が 1 の行列からなる, $\mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$ の部分群とする. 関係 $\mathrm{SL}_n(\mathbb{R}) \triangleleft \mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$ を示そう.

http://hig3.net/(講義のページもここからたどれます), http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/, mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp, tel:0775437501 数理情報学科へや:1 号館 5 階 508.