理論物理学特論 aka 群論☆演習 I

樋口さぶろお[1] 配布: 2004/07/21 Wed 更新: Time-stamp: "2004/07/21 Wed 11:11 hig"

12 剰余群

1. $[0]_6[0]_6 = [0]_6 = [3]_6[3]_6 = [0]_6 \in H, [3]_6[0]_6 = [0]_6[3]_6 = [0]_6 \in H$. $[0]^{-1} = [0] \in H, [3]^{-1} = [3] \in H$.

2. G は可換群なので, 任意の $x \in G, h \in H$ に対して, $x^{-1}hx = hx^{-1}x = h \in H$.

3. $G/H = \{[0]_6 H, [1]_6 H, [2]_6 H\}$, ただし, $[0]_6 H = \{0, 3\}, [1]_6 H = \{1, 4\}, [2]_6 H = \{2, 5\}$.

4. $\phi([0]_3) = [0]_6 H, \phi([1]_3) = [1]_6 H, \phi([2]_3) = [2]_6 H$ とすればよい.

13 同型定理

1. 群 G, G' に対して, すべての元を単位元に写す写像, $G \ni g \mapsto 1_{G'} \in G'$ が準同型写像であることを示そう. この準同型写像に対して同型定理を適用すると, どのような群同型が導かれるか考えよう.

2. 群 $H \leq G$ に対して, すべての元を自分自身に写す写像, $H \ni h \mapsto h \in G$ が準同型写像であることを示そう. この準同型写像に対して同型定理を適用すると, どのような群同型が導かれるか考えよう.

3. 群同型 $\mathbb{C}^\times / U(1) \simeq \mathbb{R}^\times_{>0}$ を示そう. ただし, $\mathbb{C}^\times$ は, 乗法を演算とする, 複素数全体の群であり, $U(1) = \{z \in \mathbb{C}^\times \mid |z| = 1\} \leq \mathbb{C}^\times$. また, $\mathbb{R}^\times_{>0}$ は, 乗法を演算とする, 正の実数全体の群.

Hint. 写像 $\mathbb{C} \ni z \mapsto |z| \in \mathbb{R}^\times$ が群準同型であることを示し, 同型定理を使おう.

[1]Copyright ©2004 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.
`http://hig3.net/`(講義のページもここからたどれます), `http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`, `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `tel:0775437501` 数理情報学科へや:1 号館 5 階 508.