

理論物理学特論 aka 群論 演習 I

樋口さぶろお¹ 配布: 2005/07/04 Mon 更新: Time-stamp: "2005/07/04 Mon 22:45 hig"

11 略解 – 正規部分群

1. $h \in A_n, g \in S_n$ を任意にとる. A_n の定義から, h は偶数個 ($2m$ 個) の互換の積でかける. 一方, g は n 個の互換の積で書けるとすると, g^{-1} も n 個の互換の積で書ける (それぞれの互換の逆をとればよい). よって, ghg^{-1} は $n + (2m) + n = 2(m + n)$ 個の互換の積で書ける. よって, $ghg^{-1} \in A_n$. よって, $A_n \triangleleft S_n$.

2. $h \in \text{SL}(n, \mathbb{R}), y \in \text{GL}(n, \mathbb{R})$ とする.

$$\det y^{-1}hy = \det y^{-1} \det h \det y. \quad (1)$$

$\det h = 1, \det y \neq 0$ より,

$$\det y^{-1}hy = \det y^{-1} \det h \det y = (\det y)^{-1} \det h \det y = 1. \quad (2)$$

よって, $y^{-1}hy \in \text{SL}_n(\mathbb{R})$. よって, $\text{SL}(n, \mathbb{R}) \triangleleft \text{GL}(n, \mathbb{R})$.

3. $h = xE_n \in H$ ($x \in \mathbb{R}$), $g \in \text{GL}(n, \mathbb{R})$ を任意にとる.

$$ghg^{-1} = gx E_n g^{-1} = x g g^{-1} E_n = x E_n \in H. \quad (3)$$

よって, $H \triangleleft \text{GL}(n, \mathbb{R})$

¹Copyright ©2005 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.
<http://hig3.net/>(講義のページもここからたどれます), <mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp>,
tel:0775437514 数理情報学科へや:1号館5階502.

12 quiz – 剰余群

次の準同型写像 ϕ について, $\ker \phi$ を求めよう.

1. $\phi : \mathbb{R} \ni x \mapsto e^x \in \mathbb{R}^*$. ただし, \mathbb{R} の演算は加法, \mathbb{R}^* の演算は乗法.
2. $\phi : \mathbb{Z} \ni x \mapsto mx \in \mathbb{Z}$. ただし, $m \in \mathbb{Z}, m \neq 0$, \mathbb{Z} の演算は加法.
3. $\phi : \text{GL}(n, \mathbb{R}) \ni M \mapsto \det M \in \mathbb{R}^*$. ただし, $\text{GL}(n, \mathbb{R})$ は, $n \times n$ 実正則行列の乗法に関する群.
4. $\phi : \mathbb{Z} \ni x \mapsto [x]_n \in \mathbb{Z}_n$. ただし, \mathbb{Z} の演算は加法.

お知らせ

- 07/22 or 23 に補講を 1 回予定しています.
- ファイナルトライアルは 08/01 の予定です.

授業を録画した MPEG2 ファイルを DVD-R で貸し出しています. 欠席した際などにご利用ください.



<http://hig3.net>

科目のページ + リクエスト/質問/苦情用掲示板