理論物理学特論 aka 群論☆演習 I

樋口さぶろお[1] 配布: 2005/07/23 Sat 更新: Time-stamp: "2005/07/11 Mon 11:29 hig"

13 略解 – 準同型写像

1. $x, y \in \mathbb{R}^*$ とする. $\phi(xy) = \log|xy| = \log|x| + \log|y| = \phi(x)\phi(y)$.
2. $\mathrm{Im}\phi = G'$. なぜなら, 任意の $x' \in G'$ に対して, $x = \mathrm{e}^z \in G$ とすると, $\phi(x) = x'$ となるから. また, G' の単位元は 0 なので, $\phi(x) = \log|x| = 0$ を解いて, $\ker\phi = \{+1, -1\} \subset G$.
3. $k \in \mathbb{Z}$ とする. $nk \in H$ に対して, $\phi(x) = \log|x| = nk$ を解いて, $\phi^{-1}(H) = \{\pm \mathrm{e}^{nk} | k \in \mathbb{Z}\}$.

14 quiz – 準同型定理

1. 群 G, G' に対して, すべての元を単位元に写す写像, $\phi : G \ni g \mapsto 1_{G'} \in G'$ が準同型写像であることを示そう. 部分群 $\ker\phi$ と $\mathrm{Im}\phi$ を求めよう. この準同型写像に対して準同型定理を適用すると, どのような同型が導かれるか考えよう.
2. 部分群 $H \subset G$ に対して, すべての元を自分自身に写す写像, $\phi : H \ni h \mapsto h \in G$ が準同型写像であることを示そう. 部分群 $\ker\phi$ と $\mathrm{Im}\phi$ を求めよう. この準同型写像に対して準同型定理を適用すると, どのような同型が導かれるか考えよう.
3. 群同型 $\mathbb{C}^*/U(1) \simeq \mathbb{R}^*_{>0}$ を示そう. ただし, $\mathbb{C}^*$ は, 乗法を演算とする, 複素数全体の群であり, $U(1) = \{z \in \mathbb{C}^* | |z| = 1\} \subset \mathbb{C}^*$. また, $\mathbb{R}^*_{>0}$ は, 乗法を演算とする, 正の実数全体の群.

Hint. 写像 $\mathbb{C} \ni z \mapsto |z| \in \mathbb{R}^\times$ が準同型写像であることを示し, 準同型定理を使おう.

お知らせ

- 07/23(土) に補講を行います.
- ファイナルトライアル (08/01) は持ち込み不可と表示されてますが, A4 片面 (コピー可) の持ち込みが可能です. ただし, その用紙は回収します.
- ファイナルトライアルの予想出題傾向: 具体例での 2 項演算チェック, 同値関係チェック, 群チェック, (正規) 部分群チェック, (準) 同型チェック, 演算表作り, ker や Im を求める, 位数を求める, 商群を求める, 整数の加法/乗法的剰余群の演算, 置換群の演算, 図形の対称性の群の演算など.

`http://hig3.net/`(講義のページもここからたどれます), `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `tel:0775437514` 数理情報学科へや:1 号館 5 階 502.

授業を録画した MPEG2 ファイルを DVD-R で貸し出してます. 欠席した際などにご利用ください.

http://hig3.net

科目のページ ＋ リクエスト/質問/苦情用掲示板