理論物理学特論aka線形代数・演習III

樋口さぶろお[1] 配布: 2009-04-23 Thu 更新: Time-stamp: "2009-04-23 Thu 08:16 JST hig"

2 略解 – 行列の指数関数の性質

1. 次回に再出題します.
2. 次回に再出題します.
3. $1 = \mathrm{e}^{tX} = \mathrm{e}^{t\mathrm{tr}X}$. よって $\mathrm{tr}X = 0$ であることが必要十分.
4. (解 1)$\mathrm{e}^{tX}\mathrm{e}^{-tX} = E$ なので, e^{tX} には逆行列が存在する. よって正則行列. (解 2) $\det \mathrm{e}^{tX} = \mathrm{e}^{\mathrm{tr}tX} > 0$. よって正則行列.

3 quiz – 行列の指数関数の解析的性質

1. $X(t) = \begin{pmatrix} 1 & t \\ t^2 & t^3 \end{pmatrix}$ のとき $((X(t))^2)'$ を求めよう.
2. 2×2 行列 $Y(t)$ に対する常微分方程式

   $$Y'(t) = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} Y(t), \quad Y(0) = -2E$$

   の解をあてずっぽうで求めて確かめよう.
3. 'e^{tX} が直交行列なら X は反対称行列' の証明をまねて, 'e^{tX} が対称行列なら X も対称行列' であることを証明しよう.
4. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -9 & -6 \end{pmatrix}$ の Jordan の標準形を求めよう. 基底変換行列 P を求めよう.

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.