理論物理学特論aka線形代数・演習III

樋口さぶろお[1] 配布: 2009-05-28 Thu 更新: Time-stamp: "2009-06-12 Fri 22:36 JST hig"

5 略解 – Lie群とLie代数

1. $[A,B] = \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$, $[A,[A,B]] = \begin{pmatrix} 6 & 36 \\ -45 & -6 \end{pmatrix}$.
2. 再出題します.
3. 展開すれば示せます.

6 Lie代数の定義と例

6.1 quiz:Lie代数の例

1. $\mathfrak{g} = \{X | X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & d \end{pmatrix}, a, c, d \in \mathbb{C}\}$ が可換な Lie 代数になっていることを示そう. 次元と基底を求めよう.
2. $m \times m$ 上三角行列全体が Lie 代数になっていることを示そう.
3. $m \times m$ 対角行列全体が (可換な)Lie 代数になっていることを示そう.
4. $\mathfrak{o}(2) = \{X | {}^{\mathrm{t}}X = -X, X$ は 2×2 実行列$\}$ が可換な Lie 代数になっていることを示そう. 次元と基底を求めよう.
5. $\mathfrak{o}(3) = \{X | {}^{\mathrm{t}}X = -X, X$ は 3×3 実行列$\}$ が非可換な Lie 代数になっていることを示そう. 次元と基底を求めよう.
6. $\mathfrak{o}(m) = \{X | {}^{\mathrm{t}}X = -X, X$ は $m \times m$ 実行列$\}$ が Lie 代数になっていることを示そう. 次元と基底を求めよう.
7. A, B, C, D を $m \times m$ 行列, $a \in \mathbb{C}$ とするとき, 交換子積の次の性質を示そう. 示す順番を工夫してなるべく楽しよう.
   (a) $[A, A] = 0$
   (b) $[A, B] = -[B, A]$
   (c) $[aA, B] = [A, aB] = a[A, B]$
   (d) $[A, C + D] = [A, C] + [A, D]$
   (e) $[A + B, C] = [A, C] + [B, C]$
   (f) $[A + B, C + D] = [A, C] + [A, D] + [B, C] + [B, D]$

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

今日の範囲に対応する教科書のお奨め問題

佐藤 問 1.1-1.8,§1

プチテストやらなければ!

履修要項に書いてあるし．科目の成績 100 点中たった 10 点分．45 分くらい?　出題計画は

1. 2×2 行列の $\exp$ を計算しよう．
2. 2×2 行列の Jordan の標準形を求めよう．
3. 群であることを証明しよう．

いつやる〜?

目次 前回 次回 略解

http://hig3.net