理論物理学特論aka線形代数・演習III

樋口さぶろお[1]　配布: 2009-07-18 Sat 更新: Time-stamp: "2009-07-16 Thu 17:12 JST hig"

12　略解 – Cartan部分代数

12.1　略解:Kronecker の δ 記号の性質

$$\sum_{i,j=1}^{n} \delta_{ij}\delta_{ij} = n, \quad \sum_{i,j=1}^{n} \delta_{ii}\delta_{jj} = n^2, \quad \sum_{i,j,k=1}^{n} \delta_{ij}\delta_{jk}\delta_{ki} = n,$$
$$\sum_{i,j=1}^{n} f_{ijk}\delta_{ik}\delta_{ki} = \sum_{j=1}^{n} f_{kjk}, \quad \sum_{i,j,k=1}^{n} f_{ijk\ell}\delta_{ij}\delta_{k\ell}\delta_{ks} = \sum_{j=1^n} f_{jjss}\delta_{\ell s}$$

12.2　略解:行列の成分表示

$$\mathrm{tr}(XY) = \sum_{i,j} X_{ij}Y_{ji} = \mathrm{tr}(YX),\ (\mathrm{tr}X)(\mathrm{tr}Y) = \sum_{ij} X_{ii}Y_{jj}.$$

13　Cartan部分代数

13.1　quiz:

Lie 代数 $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{C})$ の部分集合 $\mathfrak{h}_4 = \left\{ \left(\begin{smallmatrix} 0 & +b \\ -b & 0 \end{smallmatrix} \right) | b \in \mathbb{C} \right\}$ を考える.

1. $\mathfrak{h}_4$ が部分 Lie 代数であることを示そう.
2. $\mathfrak{h}_4$ が Cartan 部分 Lie 代数であることを示そう.

今日の範囲に対応する教科書のお奨め問題

佐藤 問 4.1, 4.2(p.26)

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

ファイナルトライアル出題計画

1. **行列の集合が** Lie **代数であることを証明する問題**
2. Lie **代数の間の写像が** Lie **代数の準同型であることを証明する問題**
3. **交換子積の計算問題**
4. $\mathrm{ad}(X)$ **のような**, **行列の集合の間の線形写像の表現行列を求めたり**, **トレースを計算したりする問題**
5. **行列の指数関数を計算する問題** (**再出題**)

目次 **前回** **次回** **略解**

http://hig3.net