理論物理学特論aka線形代数・演習III

樋口さぶろお[1] 配布: 2010-04-29 Thu 更新: Time-stamp: "2010-04-29 Thu 07:37 JST hig"

2 略解:Jordanの標準形と行列の指数関数

2.1 略解:Jordanの標準形他

略解

1. 次回以降
2. 次回以降
3. $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$. 例えば $P = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$.
4.

$$\begin{aligned} \mathrm{e}^{tX} &= P\mathrm{e}^{t(-3E+K)}P^{-1} = \mathrm{e}^{-3tE}P\mathrm{e}^{tK}P^{-1} = \mathrm{e}^{-3tE}(E + PtKP^{-1}) \\ &= \begin{pmatrix} (1+3t)\mathrm{e}^{-3t} & t\mathrm{e}^{-3t} \\ -9t\mathrm{e}^{-3t} & (1-3t)\mathrm{e}^{-3t} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

3 ベクトル,行列値関数に対する線形微分方程式の解

今日の目標

- $\exp \mathrm{tr} = \det \exp$.
- ベクトル値関数に対する線形微分方程式の解
- 行列値関数に対する線形微分方程式の解

3.1 quiz:行列の指数関数の性質

1. 任意の実数 t に対して　e^{tX} の行列式が 1 であるための X の条件を求めよう.
2. 任意の実数 t に対して　e^{tX} が正則行列であるための X の条件を求めよう.

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

3.2 quiz:行列値関数に対する線形微分方程式の解

2×2 行列 $Y(t)$ に対する常微分方程式

$$Y'(t) = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} Y(t), \quad Y(0) = -2E$$

の解を求めよう.

3.3 quiz:ベクトル値関数に対する線形微分方程式の解

実数値関数 $y(x)$ に対する微分方程式 $y'' + 4y' + 4 = 0$, $y(0) = 1, y'(0) = 3$ を考える.

1. $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(t) \\ x'(t) \end{pmatrix}$ に対する 1 階微分方程式系に書き直そう.
2. 上で求めた微分方程式系を, 行列の指数関数を利用して解こう.

http://hig3.net/

目次 前回 次回 略解