理論物理学特論 aka 線形代数・演習 III

樋口さぶろお[1] 配布: 2010-07-15 Thu 更新: Time-stamp: "2010-07-14 Wed 08:49 JST hig"

12 略解:Killing 形式

12.1 略解:

略解 $B(X,Y) = 4(2ap + br + cq)$ 佐藤 問 3.11(p.19)

12.2 略解:

略解 $m\mathrm{Tr}(X)$. 佐藤 問 3.15(p.20)

13 SU(2) と回転群 SO(3)

今日の目標

- SU(2) と O(3) の関係を知ろう
- 3D ゲーム業界で有名なクォータニオン quarternion またはオイラーパラメタって何だか知ろう

13.1 quiz:Kronecker 記号の計算

Kronecker の δ 記号 $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$ を含む次の式を計算して簡単化しよう．ただし，定数 n は自然数，F_{ijk}, F_{ij}, G_{km} は添字を持つ定数．

1. $\displaystyle\sum_{i,j,k,\ell=1}^{n} \delta_{ij}\delta_{jk}\delta_{k\ell}\delta_{\ell i}$.
2. $\displaystyle\sum_{i,j,k,\ell=1}^{n} \delta_{ij}\delta_{jk}\delta_{ki}\delta_{\ell\ell}$.
3. $\displaystyle\sum_{i,j,k=1}^{n} F_{ijk}\delta_{ij}\delta_{km}$.

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

4. $\displaystyle\sum_{i,j,k=1}^{n} F_{ij}\delta_{jk}G_{km}\delta_{mi}$.

13.2 quiz:SU(2),su(2),O(3)

Lie 群 $G = \mathrm{SU}(2), \mathfrak{g} = \mathfrak{su}(2)$ を考える．G の元 $k_t = e^{t\left(\begin{smallmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right)}$ について，線形変換 $\mathrm{Ad}(k_t) : \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}$ の行列を求めよう．ただし，$\mathfrak{g}$ の基底

$$\langle e_1, e_2, e_3 \rangle = \left\langle \tfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\begin{smallmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{smallmatrix}\right), \tfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\begin{smallmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right), \tfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\begin{smallmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{smallmatrix}\right) \right\rangle$$

をとって考える．

お知らせ

- Quiz の略解は Web で．Quiz 答案返却は 1-503 掲示板前で．
- 全学授業アンケートにご協力ください．所属学部コード 5, 所属学科コード a.
- 樋口は 2010-07-19 の週は不在です．

ファイナルトライアル計画

- 行列 X の X^n を求めよう (プチテスト範囲の再出題)
- Lie 代数の基底と次元を求めよう (プチテスト範囲の再出題)
- Lie 代数であることを示そう
- 写像が Lie 代数の準同型であることを示そう
- 随伴行列 ad の行列を求めよう
- Kronecker の δ 記号を含む計算をしよう
- 行列の写像の Tr を求めよう
- Lie 代数の Killing 形式を求めよう

目次 前回 次回 略解