理論物理学特論

樋口さぶろお[1] 配布: 2011-10-04 Tue 更新: Time-stamp: "2011-10-04 Tue 18:52 JST hig"

2 略解:複比 (非調和比) と 1 次分数変換

2.1 略解:リッカチ型微分方程式の不変量

リッカチ型微分方程式の一般解は, C を任意定数として, $x(t) = u(t) + \frac{1}{v(t)} = u(t) + \frac{1}{Cr(t)+s(t)}$ という形であることを知っているので, これを代入して, C_i だけで書けることを示せばよい.

また, 一般解の形を知らなくても, 微分方程式を使って複比の t 微分が 0 であることを示せばよい (証明タイプ 2)

2.2 略解:1 次分数変換

行列の乗法と 1 次分数変換の定義を使って, $T_{AB}(x) = T_A(T_B(x))$ の両辺が等しいことを確かめられる.

3 射影直線と射影変換

今日の目標

- 射影直線と射影変換の定義を, 例を使って説明できるようになろう.
- リッカチの微分方程式の解を射影変換で表示できるようになろう.

3.1 quiz:射影変換

$A = \left(\begin{smallmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{smallmatrix}\right) \in \mathrm{GL}_2\mathbb{R}$ に対応する射影変換を考える.
射影直線の点 $[0:1]$ を 非同次座標で ∞ とかく.

1. 射影直線の点 $T_A(\infty)$ を求めよう.
2. $T_A(x) = \infty$ となる射影直線の点 x を求めよう.

[1]
hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

3.2 quiz:射影変換

射影直線の点を非同次座標で表す.
射影変換が $T_A(1) = 1, T_A(2) = 0, T_A(3) = \infty$ となるような $A \in \mathrm{GL}_2\mathbb{R}$ をひとつ求めよう.

3.3 quiz:射影変換

T_A の逆写像もまた, ある 1 次分数変換 T_B である. このことを示し (示すと同時に?) $B \in \mathrm{GL}_2\mathbb{R}$ をひとつ求めよう.

レポート課題 (3 ピーナッツ) の予告

2011-10-17 月までに, スキャンして PDF にしたものを e ラーニングシステムに提出, 2011-10-24 月までに相互評価 (18 火は休講だから)

複比の不変性

任意の $x_i \in \mathbb{R}$, $A \in \mathrm{GL}_2\mathbb{R}$ に対して

$$q(T_A(x_1), T_A(x_2), T_A(x_3), T_A(x_4)) = q(x_1, x_2, x_3, x_4)$$

であることは, 努力と忍耐でもちろん示せるけど, なるべく他の人にわかりやすいように示そう. 井ノ口 p.13を参考にしていいけど, それにとらわれなくてもいい. また, 井ノ口 p.13は証明の方針が書いてあるだけなので, それよりは詳しく記述してほしい.

目次 前回 次回 略解