理論物理学特論

樋口さぶろお[1] 配布: 2011-12-20 Tue 更新: Time-stamp: "2011-12-20 Tue 19:33 JST hig"

10 略解:共役調和関数と複素速度ポテンシャル

10.1 略解:ベクトル場の微分演算

1. $\mathrm{div}X = \mathrm{curl}X = 0.$
2. $\phi(x_1, x_2) = x_1^3 - 3x_1x_2^2 + x_1$, $\psi(x_1, x_2) = 3x_1^2x_2 - x_2^3 + x_2$.
3. $f(x+iy) = x^3 + 3x^2iy + 3x(iy)^2 + (iy)^3 + (x+iy)$. $f(z) = z^3 + z$.
4. $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}z}(z) = 3z^2 + 1$. $\mathrm{Re}\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}z}(z) = 3x^2 - 3y^2 + 1$, $\mathrm{Im}\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}z}(z) = 6xy$.

11 完全型微分方程式と積分因子

今日の目標

- 簡単な微分方程式に対して積分因子をみつけて完全型微分方程式に書き換えられるようになろう

11.1 quiz:完全型微分方程式

微分方程式

$$(2x_1 + x_2) + (x_1 + 2x_2)\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1} = 0$$

を考える.

1. (積分因子 $\mu = 1$ で) 完全型微分方程式であることを示そう.
2. 解曲線を求めよう.

11.2 quiz:積分因子

次の微分方程式について, curlX/X_1, curlX/X_2 を計算しよう. 積分因子 $\mu(x_1)$ または $\mu(x_2)$ を求めて, 微分方程式の解を求めよう.

1. $(x_1 + x_1^2 + x_2^2) + x_1x_2\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1} = 0$
2. $x_2^2(x_1 - x_2) + (1 - x_1x_2^2)\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1} = 0$

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

目次 前回 次回 略解