2 次元確率変数

樋口さぶろお

龍谷大学大学院理工学研究科数理情報学専攻

理論物理学特論 L05(2013-10-22 Tue)

今日の目標

1. 計算機上での擬似乱数列を使った統計的実験を行う際の注意点を説明できる.
2. 関数関係にある確率変数の, 確率密度関数を求めることができる.

http://hig3.net

L04-S1
Quiz 解答:確率変数の変換

1. $p_1(r) = \begin{cases} 1 & (0 \le r < 1) \\ 0 & (他) \end{cases}$ なので,

$$\int_2^\infty p_2(q)\,\mathrm{d}q = \int_{\log 2}^\infty p_1(r)\,\mathrm{d}r = \int_{\log 2}^1 1\,\mathrm{d}r + \int_1^\infty 0\,\mathrm{d}r = 1 - \log 2.$$

2.

$$p_2(q) = \frac{1}{\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}r}(r)} p_1(r) = \mathrm{e}^{-r} \times p_1(r) = \frac{1}{q} \times \begin{cases} 1 & (1 \le q < \mathrm{e}) \\ 0 & (他) \end{cases}$$

この $p_2(q)$ を使うと, 確率は $\displaystyle\int_2^{\mathrm{e}} \frac{\mathrm{d}q}{q} = [\log|q|]_2^{\mathrm{e}}$ からも求まる.

L04-S3
Quiz 解答:確率変数の変換

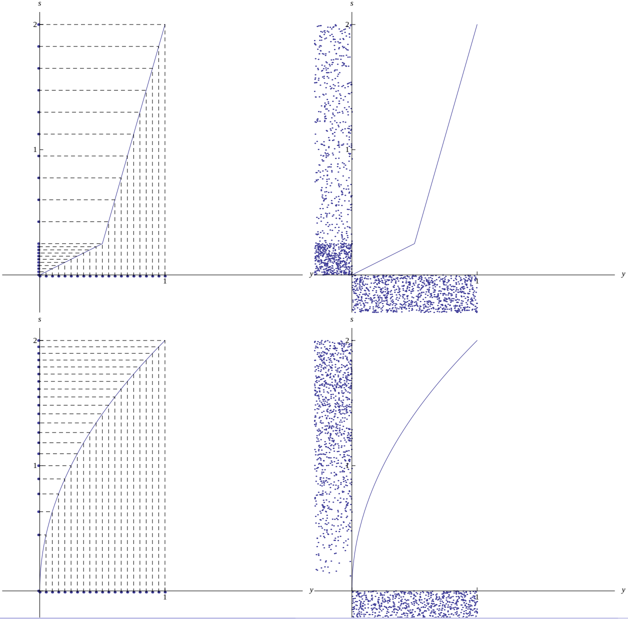
$$p_2(q) = \begin{cases} 4-2q & (2 \le q < 3) \\ 0 & \end{cases}$$

L04-S4
Quiz 解答:逆関数法

$$q = g(r) = 2 + \sqrt{r}$$

```
double getrandom(double y){
  return 2+sqrt(y);
}
```

横軸 r, 縦軸 q, グラフ $q = g(r)$.



L05-Q1

Quiz(連続的な値をとる疑似乱数)

次の確率密度関数を持つ確率変数 R を考える.

$$p(r) = \begin{cases} 4/3 & (1/4 \le r < 1/2) \\ 8/3 & (1/2 \le r < 3/4) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

R に対応する疑似乱数を返す関数 `double getrandom(double y)` を書こう.

L05-Q2

Quiz(連続的な値をとる疑似乱数)

次の確率密度関数を持つ確率変数 R を考える.

$$p(r) = \begin{cases} 1/10 & (0 \le r < 2) \\ 4 & (2 \le r < 11/5) \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

R に対応する疑似乱数を返すための $g(y)$ を書こう.

L05-Q3

Quiz(周辺分布)

確率密度関数

$$p_{XY}(x,y) = \begin{cases} \frac{6}{13}\frac{x^2}{y^2} & (1 \le x < 3, 2 \le y < 4) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

に従う確率変数の組 (X,Y) を考える.
X の周辺分布の確率密度関数 $p_X(x)$ を求めよう

L05-Q4

Quiz(2 変数の擬似乱数)

確率密度関数

$$p_{XY}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{8} & (0 \leq x < 2, 0 \leq y < 1) \\ \frac{3}{16} & (0 \leq x < 2, 1 \leq y < 3) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

に従う確率変数の組 (X, Y) を考える．これに従う擬似乱数を生成する関数 `void getrandom2d(double x[])` を書こう．関数の中で $[0, 1)$ 一様擬似乱数 `double getuniform()` を何度でも使っていい．