応用ベクトル解析

樋口さぶろお[1] 配布: 2007-04-23 Mon 更新: Time-stamp: "2007-05-01 Tue 16:47 JST hig"

2 復習と略解 – ベクトル場を描こう

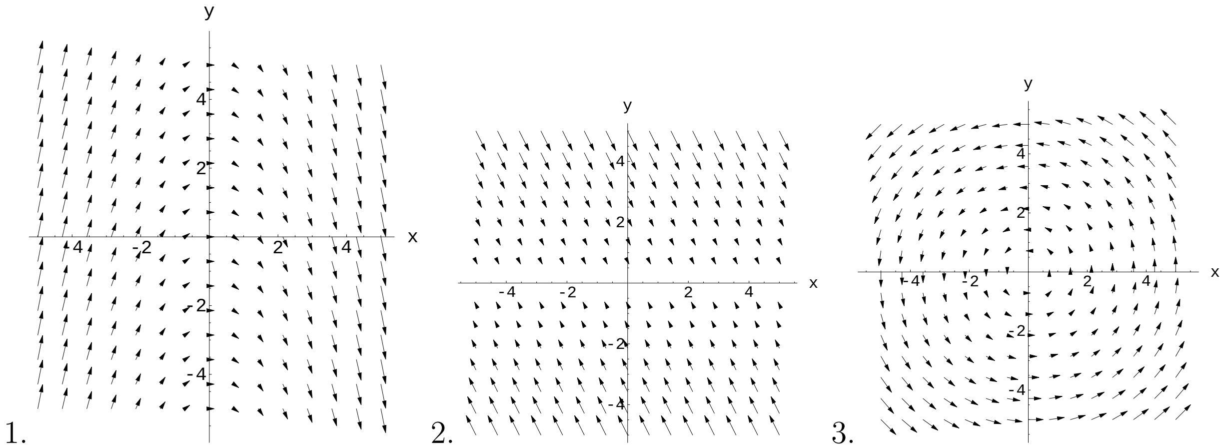
quiz の採点と添削について quiz は 0,2,3,4 の 4 段階採点です. ReLS に入力した結果がメールで送られます.

'× **か**' は考え方の誤り, '× **き**' は記号の使い方の誤り, '× **け**' は計算の (単純な) 誤り を示しています.

今回の問題に即したコメント

誤り A 1 で水平な直線 $(+1, -x)$ 上, 2 で y 軸上のみを根本とする矢印を描いているのはおかしい. $\boldsymbol{V}(\boldsymbol{r})$ の式と, 描くエリアは関係ない. いつでも平面全体に矢印を描く.

誤り B もう少し多くのベクトルの矢印を描こう. 絵なしで電話でこんな感じのベクトル場, って伝えられるくらいに特徴をわかろう. とりあえず, 4 象限と原点と, x, y 軸の正負の部分くらいでは描いてみよう.



1. 2. 3.

1. は, x だけによっているので, 縦方向には同じベクトルが描かれる. V_1 はいつでも $+1$, V_2 は x 座標に比例.

2. は y だけによっているので, 横方向には同じベクトルが描かれる. すべてのベクトルは $(1, 2)$ に平行, 長さは y に比例.

3. は, いつでも $\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{V}(\boldsymbol{r}) = 0$ なので, その点と原点を結ぶ線分と垂直なベクトルになる. 長さは $|\boldsymbol{V}(r)| = \frac{1}{2}|\boldsymbol{r}|$ のように中心からの距離に比例.

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

3 quiz – ベクトル場の線積分を計算しよう

1. ベクトル場 $\boldsymbol{V}(x,y) = (3y^2, 2x)$ と曲線 $C_1 : \boldsymbol{r}(t) = (-t^3, t) \quad (0 \le t \le 2)$ を考える．線積分
$$\int_{C_1} \boldsymbol{V} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} \tag{3.1}$$
を求めよう．ただし，$(0,0)$ を始点，$(-8,2)$ を終点とする．

2. パラメタ表示された曲線 $C_2 : \boldsymbol{r}(t) = (2,1) + (1,3)t \quad (0 \le t \le 4)$ を考える．部分 $0 \le t' \le t$ の長さ $s(t)$ を求めよう．

3. 曲線 C_2 の弧長 s によるパラメタ表示 $\boldsymbol{r}_{弧長}(s)$ を求めよう．

今日の範囲に対応する教科書のお奨め問題

小高 問題 3.2, 問題 3.3, 問題 3.4(p.72)，問題 3.9，問題 3.10(p.75)，問題 3.11，問題 3.12(p.76), 章末問題 [3.4], [3.5], [3.6](p.81), [3.7], [3.8](p.82).

http://hig3.net

目次 前回 次回 略解