量子力学 II 演習 問題 (第 8回)

樋口 さぶろお*

1996 年 12 月 5 日

[8-1] 1 次元での散乱問題

Potential

(1) $V(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0), \\ V_0 > 0 & (x > 0). \end{cases}$

に, $x = -\infty$ からエネルギー $E > V_0$ なる粒子が入射する散乱問題を考える.

1. エネルギーが $V_0 < E$ のとき, 透過係数, 反射係数を求めよ.

Hint. 透過係数, 反射係数の定義をよく思い出す.

2. エネルギーが $0 < E < V_0$ のとき, 透過係数, 反射係数を求めよ.

[8-2] 1 次元での散乱問題

Potential が

(2) $V(x) = V_0 a \delta(x)$

である場合に, 透過係数, 反射係数を求めよ.

Hint. $x = 0$ で波動関数は, 0 階微分は連続だが, 1 階微分は不連続. その跳びの大きさは, Schrödinger 方程式の両辺を, $(-\epsilon, +\epsilon)$ で積分して求める.

[8-3] 反射係数, 透過係数の一般論

1 次元の Potential

(3) $V(x) = \begin{cases} 0 & (|x| > a > 0), \\ V(x) \not\equiv 0 (\text{具体的な形は特定しない}) & (|x| < a). \end{cases}$

*Internet address: `hig@rice.c.u-tokyo.ac.jp` URL: `http://rice.c.u-tokyo.ac.jp/~hig/`,
へや: 駒場 4 号館 413B(学生室の隣) 氷上研究室, でんわ: (03)54.54.67.35

のもとでの散乱を考える．領域 $x < -a$ での解を $A\mathrm{e}^{ikx} + B\mathrm{e}^{-ikx}$ 領域 $x > a$ での解を $C\mathrm{e}^{ikx} + D\mathrm{e}^{-ikx}$ と書く ($k \in \mathbf{R}$).

1. 線形関係

   (4) $$\begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix}$$

   が成り立つことを納得せよ.

2. 行列 S が unitary であること

   (5) $$|S_{1i}|^2 + |S_{2i}|^2 = 1, S_{11}S_{12}^* + S_{21}S_{22}^* = 0$$

   を示せ.

Hint. 確率保存則の積分形を領域 $[-a, a]$ に使う.

参考文献

[1] 中嶋, 吉岡, 例解 量子力学演習, 物理入門コース / 演習 3 (1991) 岩波書店.

[2] 中嶋, 量子力学 II, 物理入門コース 6 岩波書店.

[3] 小出, 量子力学 (II) (改訂版), 基礎物理学選書 5B(1990), 裳華房.

[4] L. I. Schiff, *Quantum Mechanics*, 3rd edition, McGraw-Hill (1968). 訳書は吉岡書店.

[5] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Benjamin (1985). 訳書は吉岡書店.